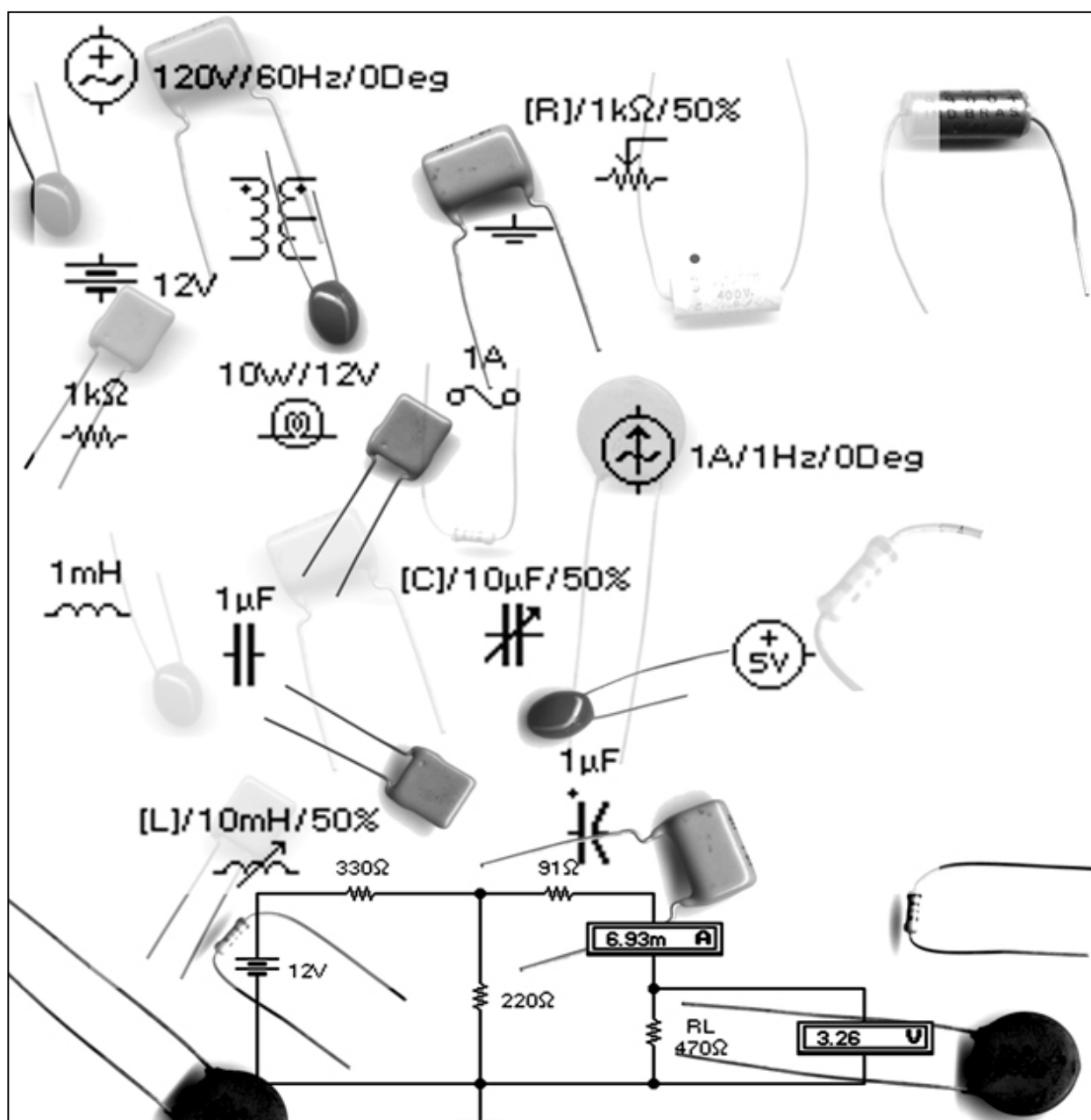


CPM – Programa de Certificação do Pessoal de Manutenção

# Instrumentação

## Eletricidade Básica



## Eletrotécnica Básica – Instrumentação

© SENAI – ES, 1999

Trabalho realizado em parceria SENAI / CST (Companhia Siderúrgica de Tubarão)

Coordenação Geral	Evandro de Figueiredo Neto (CST) Robson Santos Cardoso (SENAI)
Supervisão	Rosalvo Marcos Trazzi (CST) Fernando Tadeu Rios Dias (SENAI)
Elaboração	Jader de Oliveira (SENAI)
Aprovação	Alexandre Kalil Hanna (CST) Carlos Athico Prates (CST) Wenceslau de Oliveira (CST)

SENAI – Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial  
CTIIAF – Centro Técnico de Instrumentação Industrial Arivaldo Fontes  
Departamento Regional do Espírito Santo  
Av. Marechal Mascarenhas de Moraes, 2235  
Bento Ferreira – Vitória – ES  
CEP  
Telefone: (027)  
Telefax: (027)

CST – Companhia Siderúrgica de Tubarão  
Departamento de Recursos Humanos  
Av. Brigadeiro Eduardo Gomes, s/n, Jardim Limoeiro – Serra – ES  
CEP 29160-972  
Telefone: (027) 348-1286  
Telefax: (027) 348-1077

## *Índice*

<b>Assunto</b>	<b>Página</b>
Associação de Resistores e Divisores de Tensão e Corrente.....	2
Leis de Kirchhoff .....	21
Eletromagnetismo .....	43
Eletrostática .....	73
Princípios de Corrente Alternada .....	100
Circuitos Básicos de Corrente Alternada RLC .....	121
Potência em Corrente Alternada .....	152
Exercícios .....	160

## **ELETRICIDADE GERAL**

### **ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES E DIVISORES DE TENSÃO E CORRENTE**

#### **1 - ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES**

Duas ou mais resistências podem ser associadas de três maneiras:

- Associação em série**
- Associação em paralelo**
- Associação mista**

#### **CONSIDERAÇÕES:**

- Resistores podem ser ligados de diversas maneiras de modo que seus efeitos sejam combinados;
- Qualquer que seja a maneira como ligamos os resistores, o efeito obtido ainda será o de uma resistência;
- Essa resistência poderá ser maior ou menor que os resistores associados, mas ainda assim o conjunto seguirá a lei de Ohm.
- O resultado de uma associação de resistores depende não só dos valores dos resistores associados como também da forma como são ligados.

#### **1.1 - Associação em série**

Quando os resistores estão ligados um em seguida ao outro.

Na figura abaixo, mostramos "n", resistores ligados em série.

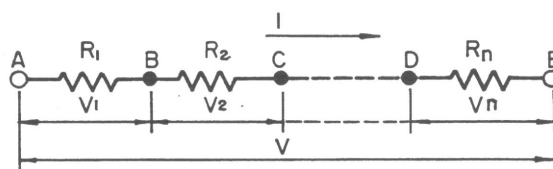


Fig. 1

Nesse tipo de associação, a corrente I passa por um dos resistores, é a mesma que passa por todos os outros.

Aplicando a lei de Ohm ao 1º, 2º, ... , enésimo resistor, temos:

$$V_1 = R_1 \cdot I$$

$$V_2 = R_2 \cdot I$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$V_n = R_n \cdot I$$



A tensão  $V$ , fornecida, é igual à soma das quedas de tensão em cada resistor.

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + \dots + R_n \cdot I = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) \cdot I$$

$$\therefore V = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) \cdot I = R_T \cdot I$$

Onde:

$$R_T = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

### Conclusão:

A resistência total (ou equivalente) de uma associação de resistores em série é igual à soma dos resistores da série.

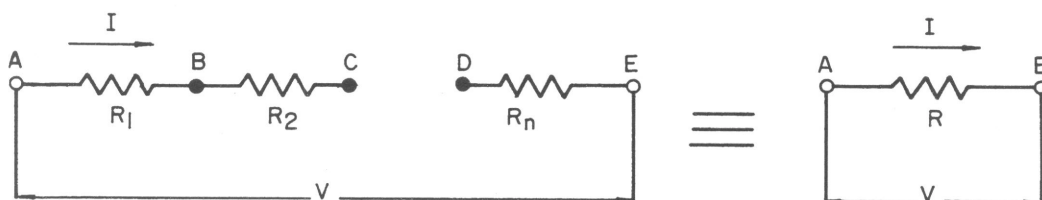


Fig. 2

### Caso Particular:

Quando os resistores tiverem resistências iguais, isto é,  $R_1 = R_2 = \dots = R_n$ , é fácil provar que neste caso resulta também  $V_1 = V_2 = \dots = V_n$ .

Chamamos respectivamente  $R_1$  e  $V_1$  a resistência e a diferença de potencial entre os extremos de cada resistor, temos:

$$R_T = nR_1$$

$$V = nV_1$$

Na figura 3, temos exemplos de associação de 3 resistores em série.

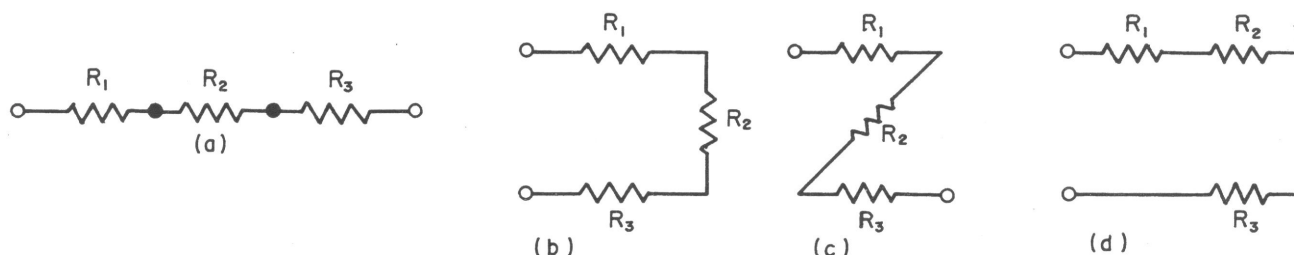


Fig. 3

Sendo  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  os mesmos, as associações (a), (b), (c) e (d) são iguais.

### Exemplo 1 :

Determinar a resistência total em um circuito série, onde se tem  $R_1 = 22 [\Omega]$ ,  $R_2 = 33 [\Omega]$  e  $R_3 = 10 [\Omega]$ .

### Solução:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_T = 22 + 33 + 10 = 65$$

$$\therefore R_T = 65 [\Omega]$$

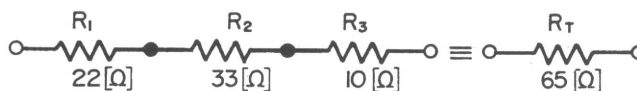


Fig. 4

### Exemplo 2 :

No circuito da figura 5, calcular o valor das quedas de tensão em cada uma das resistências.

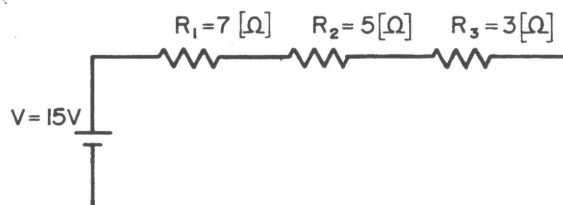


Fig. 5

Para se calcular a queda de tensão é preciso, inicialmente, calcular o valor da resistência equivalente e depois, aplicando a lei de Ohm, calculamos a corrente que atravessa o circuito.

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 7 + 5 + 3 = 15 [\Omega]$$

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{15}{15} = 1 [A]$$

A queda de tensão em  $R_1$ , será:

$$V_1 = R_1 \cdot I = 7 \times 1 = 7 [V]$$

Em  $R_2$  será:

$$V_2 = R_2 \cdot I = 5 \times 1 = 5 [V]$$

Em  $R_3$  será:

$$V_3 = R_3 \cdot I = 3 \times 1 = 3 [V]$$

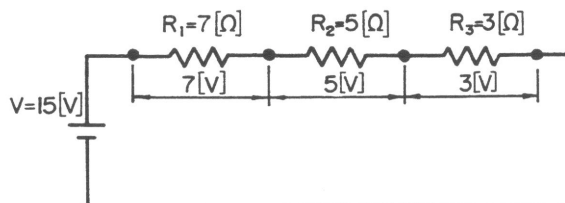


Fig 6

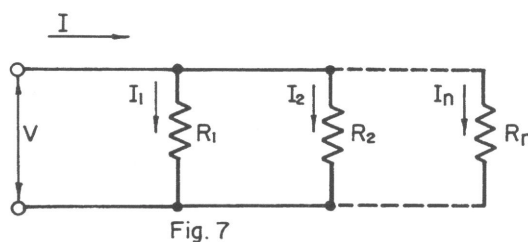
Somando-se estas tensões parciais, encontramos o valor da tensão total:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 = 7 + 5 + 3 = 15 \text{ [V]}$$

## 1.2 – Associação em Paralelo

Quando os resistores estão ligados aos mesmos pontos, e portanto submetidos à mesma d.d.p., dizemos que estão associados em paralelo.

Na figura abaixo mostramos n resistores ligados em paralelo.



Nesse tipo de associação, todos os resistores estão submetidos à mesma tensão V. Aplicando a lei de Ohm aos n resistores, temos:

$$I_1 = \frac{V}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2}$$

$$\vdots$$

$$I_n = \frac{V}{R_n}$$

A corrente I é igual à soma das correntes em cada resistor.

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \dots + \frac{V}{R_n} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) \cdot V$$

$$I = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) \cdot V = \frac{V}{R_T}$$

Onde:

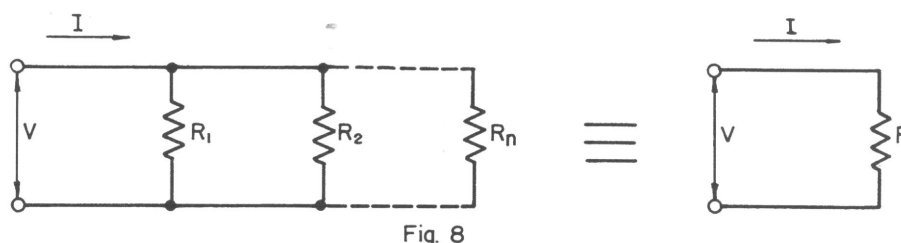
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Ou

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

### Conclusão:

A resistência total (equivalente) de uma associação em paralelo é igual ao inverso da soma dos inversos das resistências componentes.



Onde:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

### Caso Particular (1)

No caso de um grupo formado por apenas dois resistores diferentes  $R_1$  e  $R_2$ , a resistência total pode-se determinar da seguinte maneira:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\therefore R_T = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

### Caso particular (2)

Os resistores têm resistências iguais, isto é,  $R_1 = R_2 = \dots = R_n$ .

Neste caso as intensidades de corrente nas derivações também são iguais:

$$I_1 + I_2 = \dots = I_n$$

Logo:

$$I = n \cdot I_1$$

Logo:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{n}{R_1}$$

Ou

$$R_T = \frac{R_1}{n} = \frac{1}{n} \cdot R_1$$

Neste caso particular, a resistência da associação é igual a  $1/n$  da resistência de cada resistor e a intensidade da corrente é  $n$  vezes maior que a corrente que circula em cada resistor:

Na figura 9 temos exemplos de 3 resistores associados em paralelo.

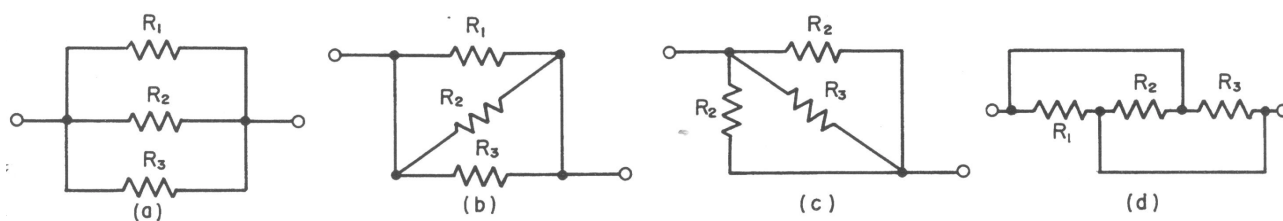


Fig.9

Sendo  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  os mesmos, as associações (a), (b), (c) e (d) são iguais.

### Exemplo 1 :

Calcular a resistência do circuito onde se tem  $R_1 = 2,2 \text{ [ k}\Omega \text{ ]}$  e  $R_2 = 4,7 \text{ [k}\Omega\text{]}$ .

### Solução:

$$R_T = R_1 // R_2$$

$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2,2 \times 4,7}{2,2 + 4,7} = \frac{10,34}{6,9} = 1,5$$

$$\therefore R_T = 1,5 \text{ [k}\Omega\text{]}$$

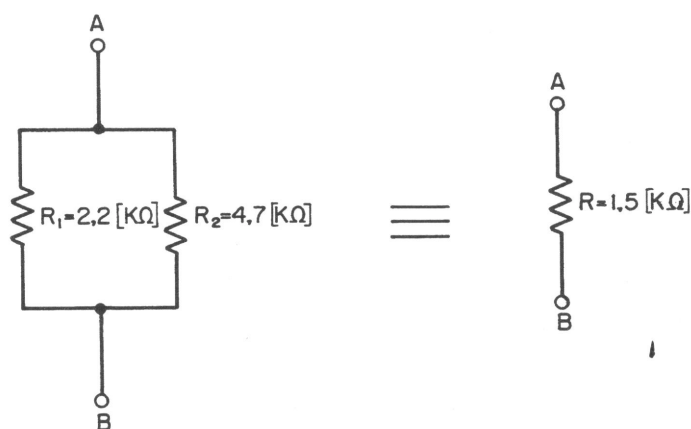


Fig. 10

### Exemplo 2 :

No circuito da figura 11, calcular:

- O valor da corrente em cada resistor;
- O valor da corrente total do circuito;
- O valor da resistência total.

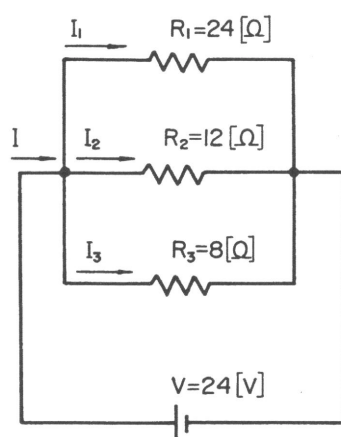


Fig. 11

### Solução:

$$a) I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{24}{24} = 1 \quad \therefore I_1 = 1[A]$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{24}{12} = 2 \quad \therefore I_2 = 2[A]$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{24}{8} = 3 \quad \therefore I_3 = 3[A]$$

$$b) I = I_1 + I_2 + I_3 = 1 + 2 + 3 = 6 \quad \therefore I = 6[A]$$

$$c) \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1+2+3}{24} = \frac{6}{24} \quad \therefore R_T = \frac{24}{6} = 4 \quad \therefore R_T = 4 [\Omega]$$

**Outra Solução:**

$$R_T = \frac{V}{I} = \frac{24}{6} = 4 \quad \therefore R_T = 4 [\Omega]$$

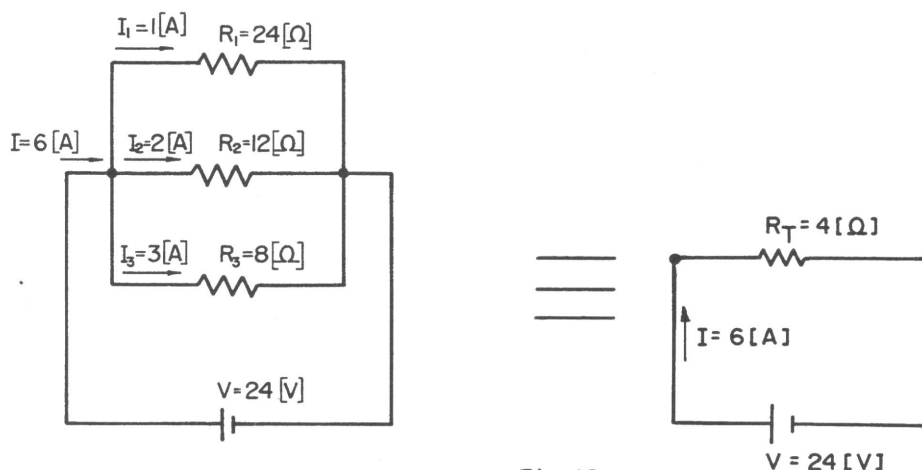


Fig. 12

### 1.3 – Associação mista

A associação mista é composta de resistores dispostos em série e em paralelo.

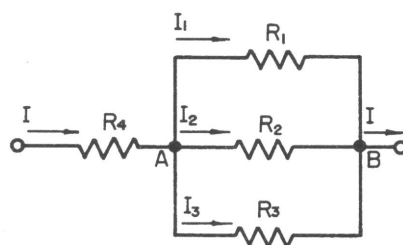


Fig. 13

A)  $R_1$  em série com a combinação paralela de  $R_2$  com  $R_3$ .

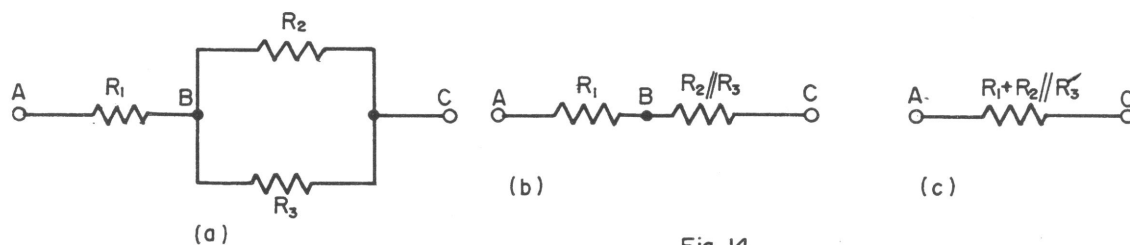


Fig. 14

- (a) Circuito básico.  
 (b) Inicialmente resolveremos a combinação paralela.  
 (c) A seguir efetuamos a combinação série.

B)  $R_3$  em paralelo com a combinação série de  $R_1$  com  $R_2$ .

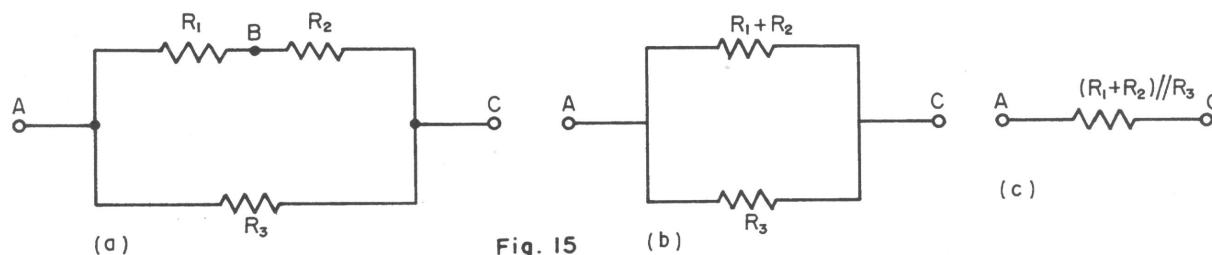


Fig. 15

- (a) Circuito básico.  
 (b) Inicialmente resolveremos a combinação série.  
 (c) A seguir efetuamos a combinação paralela.

### Exemplo 1 :

Determine a resistência da associação da figura 16.



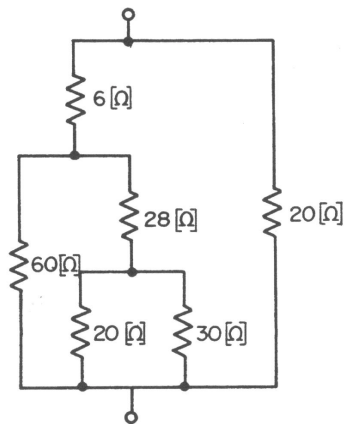


Fig. 16

- 1) Inicialmente reduzimos a associação em paralelo dos resistores de 20[Ω] e 30 [Ω] (figura 17).

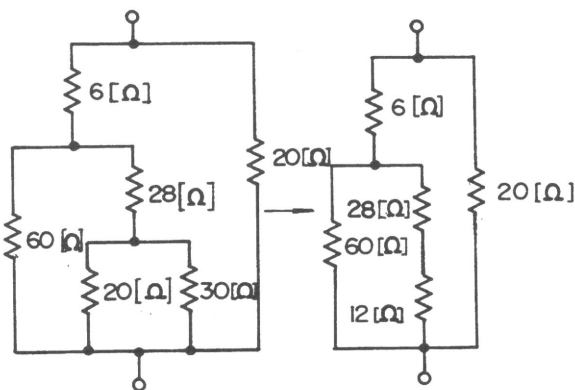


Fig. 17

$$R = \frac{20 \times 30}{20 + 30} = \frac{600}{50} = 12 [\Omega]$$

- 2) Em seguida reduzimos a associação em série dos resistores de 12[Ω] e 28[Ω]. (figura 18).

dos

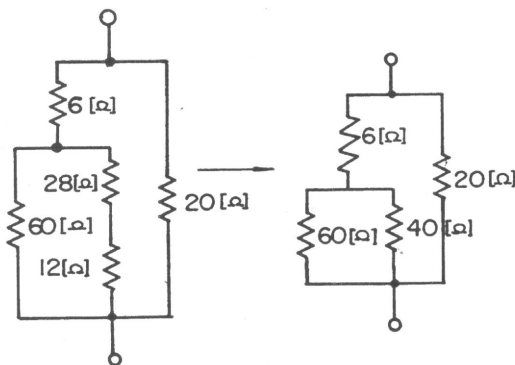


Fig. 18

$$R = 28 + 12 = 40[\Omega]$$

- 3) Neste estado reduzimos a associação em paralelo dos resistores de 60[Ω] e 40[Ω]. (figura 19)

$$R = \frac{60 \times 40}{60 + 40} = \frac{2400}{100} = 24 [\Omega]$$

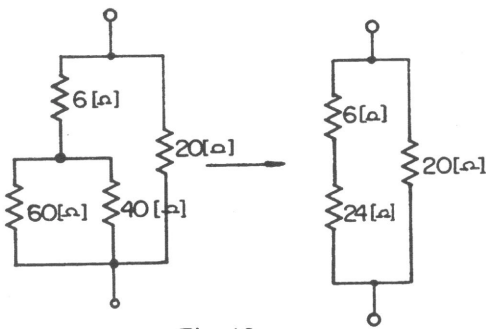


Fig. 19

4) Segue-se imediatamente o esquema. (figura 20)

$$R = 6 + 24 = 30[\Omega]$$

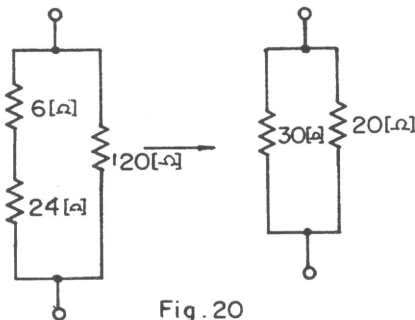


Fig. 20

5) Finalmente. (figura 21).

$$R_T = \frac{30 \times 20}{30 + 20} = \frac{600}{50} = 12 [\Omega]$$

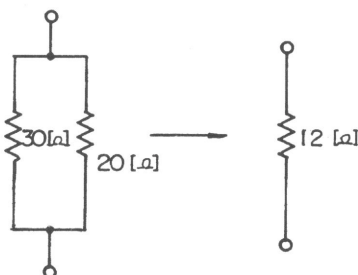


Fig. 21

A resistência total equivalente será :  $R_T = 12 [\Omega]$ . (figura 22)

Logo:

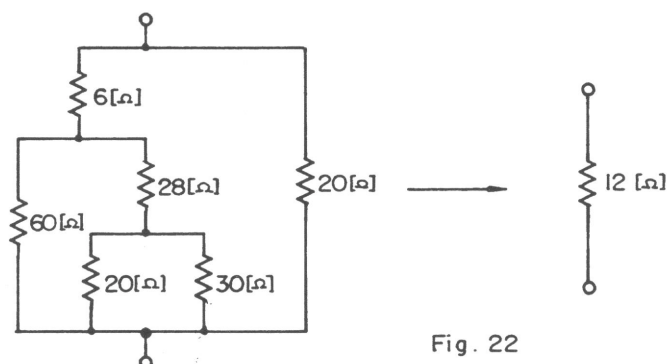


Fig. 22

## 2 – DIVISOR DE TENSÃO

Consideremos n resistores conectados em série, submetidos a uma tensão V. (figura 23)

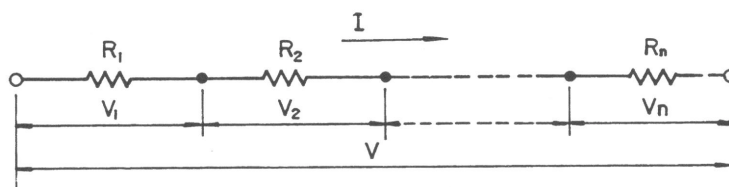


Fig. 23

Sabemos que na associação em série, a resistência total equivalente é:

$$R_T = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Aplicando a Lei de Ohm, temos a corrente I:

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{V}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}$$

Sabendo que a corrente I do circuito série é a mesma em qualquer parte da série, e aplicando a lei de Ohm para cada resistor, temos que as tensões serão:

$$V_1 = R_1 I = \frac{R_1}{R_T} \cdot V$$

$$V_2 = R_2 I = \frac{R_2}{R_T} \cdot V$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$V_n = R_n I = \frac{R_n}{R_T} \cdot V$$

### Conclusão:

A tensão nos extremos de cada resistor do divisor é diretamente proporcional ao valor da sua resistência.

Analisando a figura, a relação entre a queda de tensão e o valor do resistor, conclui-se que o resistor de valor mais elevado causa uma alta tensão e o valor mais baixo causa pequena queda de tensão.

A queda de tensão é diretamente proporcional ao valor da resistência.

### Exemplo:

Dado o circuito (figura 24) determine as quedas de tensão,  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  de cada resistor.

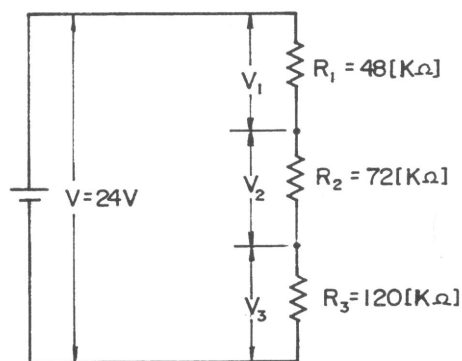


Fig. 24

### Solução:

Cálculo da resistência total equivalente:  $R_T$

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

$$= 48 + 72 + 120 = 240 \quad \therefore R_T = 240 [k\Omega]$$

Cálculo dos resistores  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$

$$V_1 = \frac{48}{240} \times 24 = 4,8 \quad \therefore V_1 = 4,8 [V]$$

$$V_2 = \frac{72}{240} \times 24 = 7,2 \quad \therefore V_1 = 7,2 \text{ [V]}$$

$$V_3 = \frac{120}{240} \times 24 = 12,0 \quad \therefore V_1 = 12,0 \text{ [V]}$$

### Exemplo 2 :

Determinar as tensões  $V_1$  e  $V_2$ , na figura 25, considerando:

- A chave  $S_1$  aberta.
- A chave  $S_1$  fechada e  $R_L$  ajustada em  $450[\Omega]$ .
- A chave  $S_1$  fechada e  $R_L$  ajustada e,  $61,2[\text{k}\Omega]$ .

$$R_1 = 2,6\text{K}\Omega$$

$$R_2 = 3,6\text{K}\Omega$$

$$V = 18,6\text{V}$$

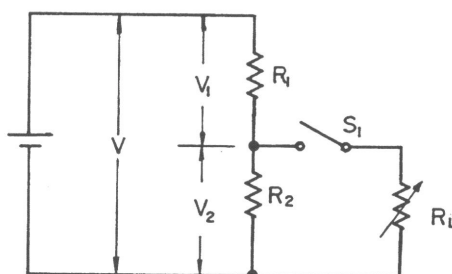


Fig. 25

### Solução:

$$a) R_T = R_1 + R_2 = 2,6 + 3,6 = 6,2[\text{K}\Omega]$$

$$V_1 = \frac{R_1}{R_T} \cdot V = \frac{2,6}{6,2} \times 18,6 = 7,8 \quad \therefore V_1 = 7,8[\text{V}]$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_T} \cdot V = \frac{3,6}{6,2} \times 18,6 = 10,8 \quad \therefore V_2 = 10,8[\text{V}]$$

$$b) R_2 // R_L = R_0$$

$$R_0 = \frac{R_2 \times R_L}{R_2 + R_L} = \frac{3.600 \times 450}{3.600 + 450} = 400[\Omega] = 0,4[\text{k}\Omega]$$

$$R_T = R_1 + R_0 = 2,6 + 0,4 = 3[\text{k}\Omega]$$

$$V_1 = \frac{R_1}{R_T} \cdot V = \frac{2,6}{3} \times 18,6 = 16,12 \quad \therefore V_1 = 16,12[\text{V}]$$

$$V_2 = \frac{R_0}{R_T} \cdot V = \frac{400}{3000} \times 18,6 = 2,48 \quad \therefore V_2 = 2,48[\text{V}]$$

$$c) R_2 // R_L = R_O$$

$$R_O = \frac{R_2 \times R_L}{R_2 + R_L} = \frac{3,6 \times 61,2}{3,6 + 61,2} = 3,4[k\Omega]$$

$$R_T = R_1 + R_O = 2,6 + 3,4 = 6[k\Omega]$$

$$V_1 = \frac{R_1}{R_T} \cdot V = \frac{2,6}{6} \times 18,6 = 8,06 \quad \therefore V_1 = 8,06[V]$$

$$V_2 = \frac{R_O}{R_T} \cdot V = \frac{3,4}{6} \times 18,6 = 10,54 \quad \therefore V_2 = 10,54[V]$$

#### OBSERVAÇÃO:

Verifica-se que as condições de funcionamento de um divisor de tensão são completamente diferentes para as condições sem carga e com carga. Além disso, a tensão de saída vai depender do valor da carga conectada, conforme se verifica nos desenvolvimentos b e c do exemplo 2.

O divisor de tensão sem carga não consome nenhuma corrente além daquela drenada pela rede divisora, entretanto, geralmente na prática, os divisores de tensão alimentam uma carga a qual consome uma determinada corrente.

O divisor de tensão com carga é muito utilizado nas saídas de fontes de alimentação, para suprir várias tensões que são distribuídas a diferentes circuitos.

### 3 – DIVISOR DE CORRENTE

Consideremos  $n$  resistores conectados em paralelo a uma tensão  $V$  (figura 26).

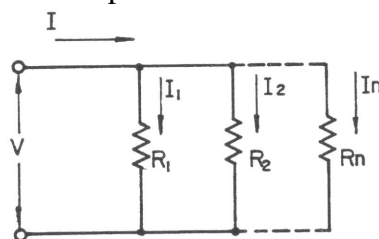


Fig. 26

Sabemos que na associação em paralelo a resistência total equivalente é:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

Aplicando-se a Lei de Ohm no circuito anterior, temos a tensão  $V$ :

$$V = R_T \cdot I = \underline{\hspace{2cm} 1 \hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Sabendo que a tensão no circuito paralelo é a mesma em qualquer resistor, e aplicando a Lei de Ohm para cada um deles, temos que as correntes são:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_T}{R_1} \cdot I$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_T}{R_2} \cdot I$$

$$\cdot \quad \cdot$$

$$I_n = \frac{V}{R_n} = \frac{R_T}{R_n} \cdot I$$

### Conclusão:

A corrente que circula em cada resistor é inversamente proporcional à resistência do mesmo. Observando a relação entre a corrente e o valor da resistência, conclui-se que o resistor de valor mais elevado drena uma pequena corrente e o de valor mais baixo drena uma grande corrente.

### Caso Particular:

Na situação de se ter apenas dois resistores como na figura 27.

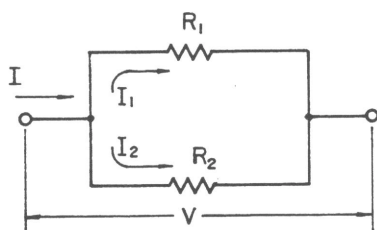


Fig. 27

$$R = \frac{R_2 \times R_1}{R_2 + R_1}, \quad V = R \cdot I$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_T}{R_1} \cdot I = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot (R_1 + R_2)} \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_T}{R_2} \cdot I = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot (R_1 + R_2)} \cdot I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Logo:

$$I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

### Conclusão:

Estas equações são muito simples e importantes, devendo ser bem entendidas, devido à sua grande aplicação em eletricidade.

### Exemplo 1

Dado o circuito da figura 28, determinar as correntes nos resistores.

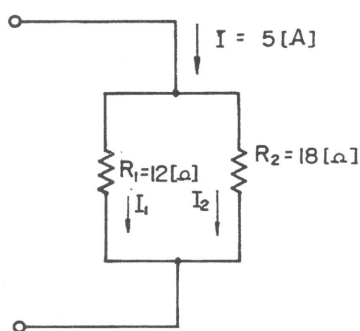


Fig. 28

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I = \frac{18}{12 + 18} \times 5 = 3 \quad \therefore \quad I_1 = 3[A]$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I = \frac{12}{12 + 18} \times 5 = 2 \quad \therefore \quad I_2 = 2[A]$$

### Exemplo 2

Do circuito da figura 29, determinar as correntes em cada resistor.



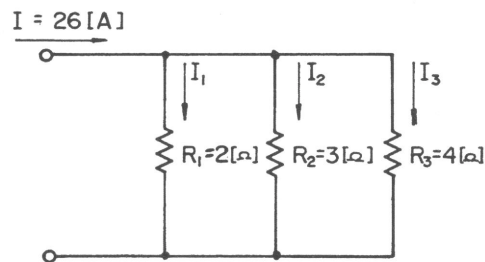


Fig. 29

### Solução:

Cálculo da resistência total

$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} \cdot I = \frac{12}{2} \times 26 = 12 \quad \therefore I_1 = 12[A]$$

$$I_2 = \frac{R_T}{R_2} \cdot I = \frac{12}{3} \times 26 = 8 \quad \therefore I_2 = 8[A]$$

$$I_3 = \frac{R_T}{R_3} \cdot I = \frac{12}{4} \times 26 = 6 \quad \therefore I_3 = 6[A]$$

## LEIS DE KIRCHHOFF, CIRCUITOS EM PONTE E TEOREMA DE SUPERPOSIÇÃO

### 1 - CONCEITO DE QUEDA DE TENSÃO

Vimos que um gerador fornece força eletromotriz ou tensão. Observe a figura 1.

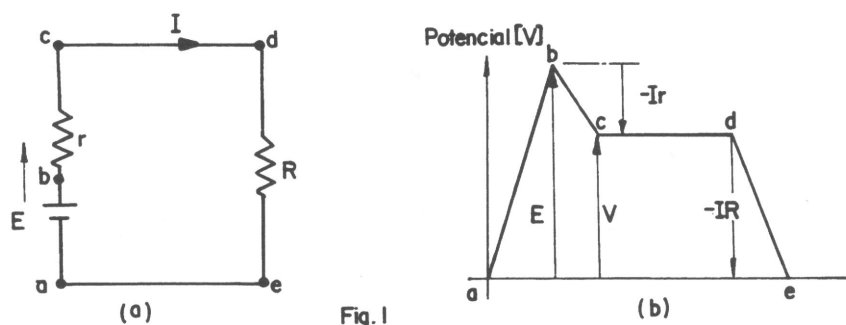


Fig. 1

Na figura 1 (a), considere a f.e.m. positiva e a corrente circulando no sentido horário.

Na figura 1 (b) vemos que o ponto "a" está no potencial zero. Verifica-se que o potencial do ponto b é mais alto do que o de "a", portanto temos uma elevação de tensão de a para b (f.e.m.  $E$ ). O potencial do ponto c é mais baixo que o de "b", como também o de "e" em relação a "d", portanto temos a queda de tensão do ponto "b" para "c" ( $I.r$ ) e de "d" para "e" ( $I.R$ ).

Os pontos "c" e "d", "a" e "e" estão, respectivamente, no mesmo potencial, não temos a elevação e nem a queda de tensão do ponto "c" para "d" e do ponto "e" para "a".

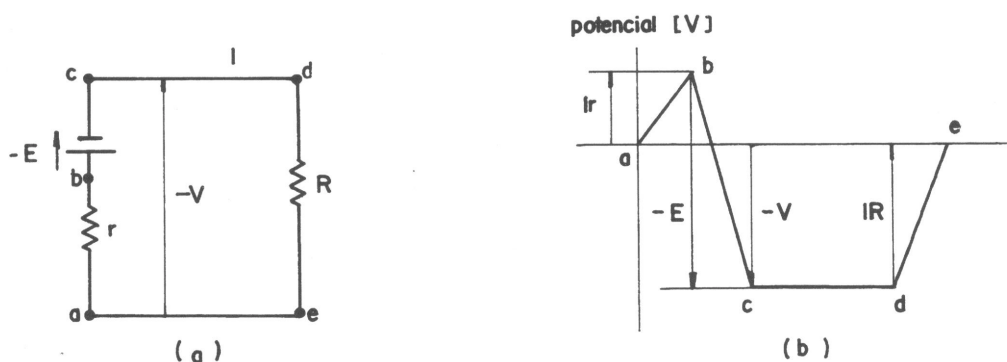


Fig. 2

Na figura 2(a), considere a f.e.m. negativa e a corrente circulando no sentido anti-horário. Na figura 2(b) vemos que o ponto a está no potencial zero.

Verifica-se que o potencial do ponto "c" é mais baixo do que o de "b", portanto temos uma queda de tensão de "b" para "c" (f.e.m.  $-E$ ). O potencial do ponto "b" é mais alto que o de "a", como também o de "e" em relação a "d", portanto temos elevação de tensão de "a" para "b" ( $I.r$ ) e de "d" para "e" ( $I.R$ ). Os pontos "a" e "e", "c" e "d" estão, respectivamente, no mesmo potencial, não temos elevação e nem queda de tensão do ponto "a" para "e" e do ponto "c" para "d".

#### OBSERVAÇÃO:

Quando a corrente flui pelo resistor, ela transfere para este, a energia fornecida pela fonte em forma de calor. Entretanto, se a carga for uma lâmpada, esta energia aparecerá tanto em forma de calor como de luz.

## 2 - CONCEITO DE TERRA

Um dos pontos mais importantes no estudo da Eletricidade é o conceito de terra. Originalmente terra era justamente o que o nome indica. Considera-se que a terra tenha potencial zero. Assim sendo, a terra é o ponto de referência ao qual as tensões são geralmente comparadas.

O conceito de terra permite-nos expressar tensões negativas e positivas.

Lembre-se sempre que o terra é meramente um ponto de referência considerado zero ou neutro. Se supusermos que o terminal positivo de uma bateria de 6V é o terra, então o terminal negativo será 6 volts mais negativo. Portanto, a tensão nesse terminal com relação ao terra será -6V.

Observe que a bateria pode produzir -6V ou +6V, dependendo de qual terminal assinalarmos como o terra. Por exemplo, na figura 3, duas baterias são conectadas em série, com a ligação do terra entre elas. Assim, a referência zero está no ponto B. Como a bateria de cima tem uma força eletromotriz de 10 [V], a tensão no ponto A com referência ao terra é de +10 [V]. A bateria inferior tem uma força eletromotriz de 6 [V].

Devido ao terminal positivo estar ligado ao terra, a tensão no ponto C com relação ao terra é de -6 [V].

Às vezes, falamos estritamente da tensão num ponto particular. Mas, realmente a tensão é sempre a medida da diferença de potencial entre dois pontos. Com isso, quando falamos da tensão em um ponto, isso significa o potencial referido ao terra.

Na figura 3, temos:

$$V_A = 10 \text{ [V]}$$

$$V_B = 0 \text{ [V]}$$

$$V_C = -6 \text{ [V]}$$

$$V_{AB} = 10 \text{ [V]}$$

$$V_{BC} = 6 \text{ [V]}$$

$$V_{AC} = 16 \text{ [V]}$$

$$V_{BA} = -10 \text{ [V]}$$

$$V_{CB} = -6 \text{ [V]}$$

$$V_{CA} = -16 \text{ [V]}$$

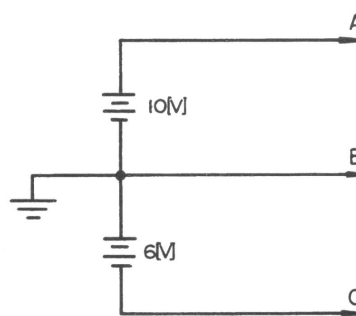


Fig. 3

NOTA:

$V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$  significam as tensões entre A, B e C em relação ao terra.

**Contudo, há um tipo de terra ligeiramente diferente usado em eletrônica. Por exemplo, um certo ponto num pequeno rádio a pilha é chamado de terra, embora o rádio não esteja ligado ao terra de modo algum. Neste caso, terra é simplesmente um ponto zero de referência dentro de um circuito elétrico. Nos equipamentos eletrônicos maiores o ponto zero de referência, ou terra, é a carcaça metálica ou chassi, sobre o qual os vários circuitos são montados. Todas as tensões são medidas com relação ao chassi.**

### 3- LEIS DE KIRCHHOFF

Duas leis fundamentais e simples do circuito elétrico recebem o nome **de Leis de Kirchhoff**. Elas são leis fundamentais aplicadas às condições do fluxo da corrente elétrica em um circuito ou em uma rede de condutores elétricos. Estas leis, cujos enunciados damos a seguir, não são totalmente novas para nós, que já as aplicamos nos circuitos em série e em paralelo, embora sem fazer referência a KIRCHHOFF. Com mais algumas convenções e, esclarecimentos, ficaremos capacitados a aplicá-las nos cálculos de correntes elétricas em circuitos.

Antes veremos o que significam três expressões que serão muito utilizadas: **Nó de Intensidade** (ou **nó**) é o ponto de concorrência de três ou mais braços;

**Braço (ou ramo)** é uma parte de circuito que liga dois nós consecutivos e onde todos os elementos figuram estão em série;

**Malha (ou círculo fechado)** é o poligonal fechado formado por **braços** (ou **ramos**).

**Exemplo 1:**

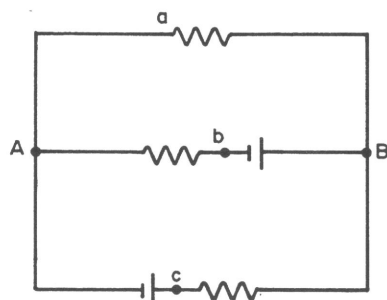


Fig. 4

A e B são **nós**;

AaB é um **braço** (só elementos em série);

AbB é outro **braço** (só elementos em série);

AcB é outro **braço** (só elementos em série);

AcBbA é uma **malha**;

AbBaA é outra **malha**;

AcBaA é outra **malha**;

**1º Lei de KIRCHHOFF (Lei de Nós)**

Refere-se às correntes em condutores com um ponto comum (nó).

Pelo princípio da conservação de energia, sabemos que:

**"A soma das correntes que chegam em um nó é Igual a soma das correntes que dele se afastam" ou "A soma algébrica das correntes que se aproximam e se afastam de um nó é igual a zero".**

No caso geral podemos escrever:

$$\sum I_n = 0$$

Convencionando-se que as correntes que se aproximam do nó são positivas e que as correntes que se afastam são negativas.

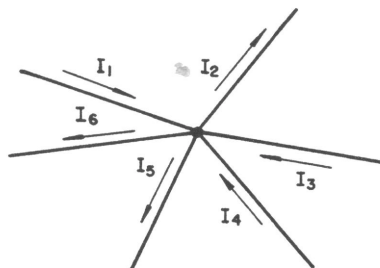


Fig. 5

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

## 2º Lei de KIRCHHOFF (Lei das Malhas)

Em uma malha de um circuito, se tomarmos como referência um ponto de certo potencial, percorremos a malha e voltamos ao mesmo ponto, encontrando no percurso elevações e quedas de tensão, temos que a soma algébrica das elevações e quedas de tensão será zero, porque aquele ponto tomado como referência não teve alteração em seu potencial.

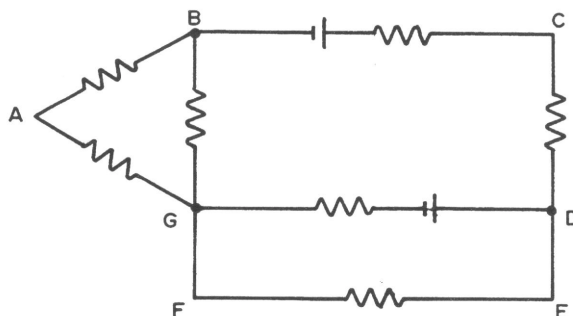


Fig. 6

Neste circuito temos 3 nós (B, G e D) e 5 braços (BAG, BG, GFED, GD e DCB).

Quando, partindo de um nó, realizamos um certo percurso e voltamos ao mesmo nó, o caminho percorrido é denominado malha ou circuito fechado. Em uma malha todos os elementos estão em série.

Na estrutura anterior temos os seguintes circuitos fechados ou malhas:

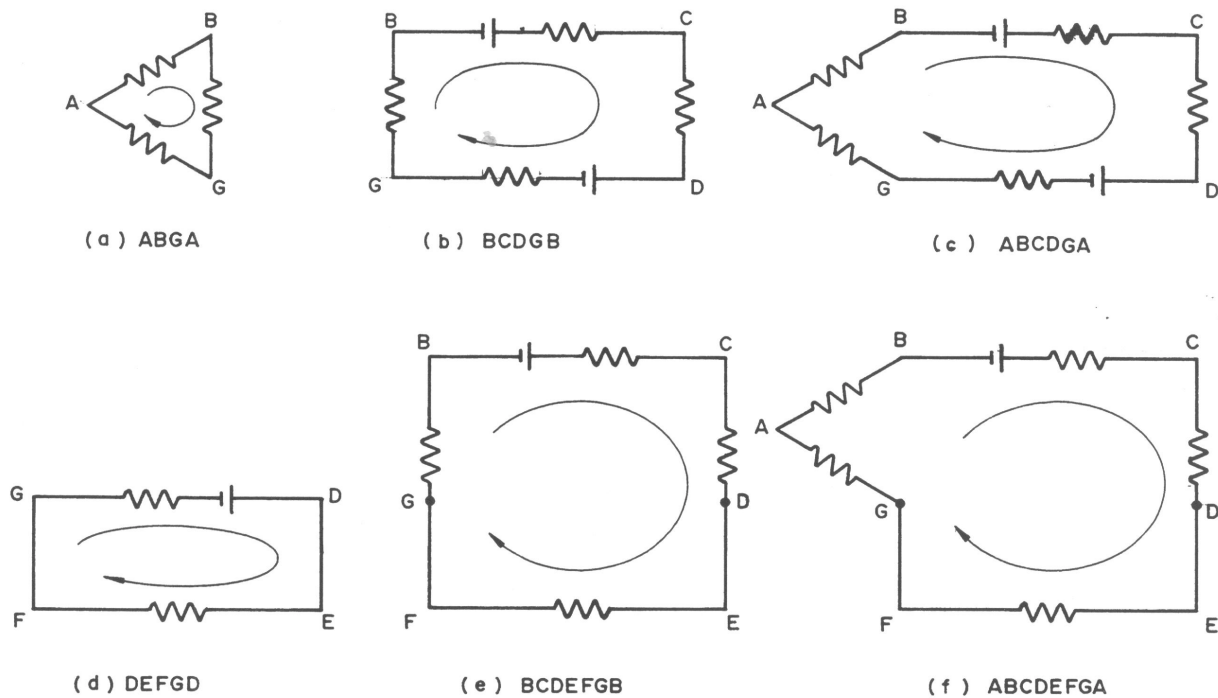


Fig. 7

De acordo com o exposto, concluímos que:

"A soma algébrica das forças eletromotrizes nos diferentes braços de um circuito fechado é Igual à soma algébrica das quedas de tensão nos mesmos".

No caso geral podemos escrever:

$$\Sigma E_n = \Sigma R_n I_n$$

OBSERVAÇÕES:

Convencionou-se que:

a) Força eletromotriz:

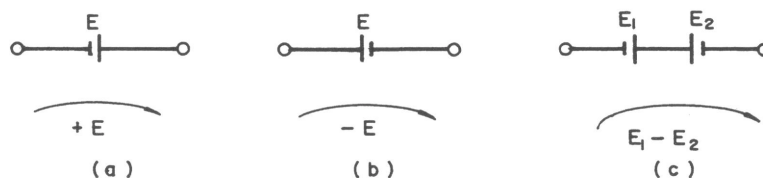


Fig. 8

b) Queda de tensão

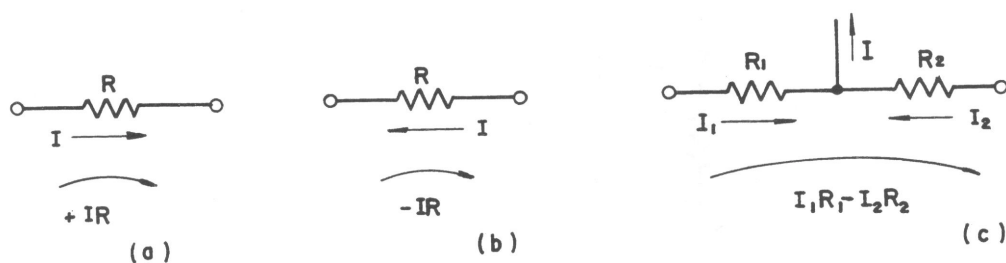


Fig. 9

c) Na figura 10, temos:

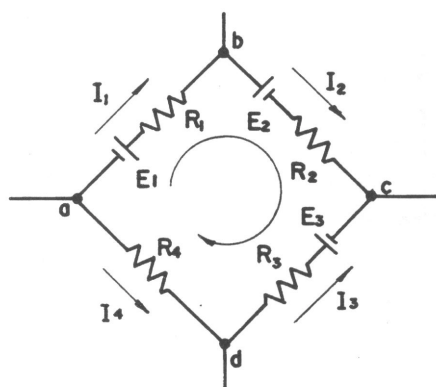


Fig. 10

d) Aplicando a 1ª Lei (dos nós) escrever a(s) equação(ões) da soma algébrica das correntes;

e) Aplicando a 2ª Lei (das malhas) escrever a(s) equação(ões) da soma algébrica da(s) f.e.m. e da(s) queda(s) de tensão; serão positivas as que tiverem sentido igual ao de circulação e negativas as outras;

f) Resolver a equação em relação à incógnita do problema;

**OBSERVAÇÃO:**

Quando aplicamos as Leis de KIRCHHOFF e encontramos um resultado negativo para uma corrente, entendemos que o sentido arbitrado para dar início à resolução do problema não era o verdadeiro. O valor encontrado, porém, é o real.

**Considerações:**

Na resolução de problemas com auxílio das Leis de KIRCHHOFF, temos de estabelecer sistemas de equações para diversas correntes e tensões.

Chamamos de **b** o número de braços ou ramos, e de **n** o número de nós.

a) Temos tantas equações da primeira lei quantos são os nós, menos 1 (um):

**Quantidade de equações da 1ª lei:**

$$n - 1$$

b) Temos, também, tantas equações da 2ª lei quantos são os braços, menos os nós, mais 1 (um):

**Quantidade de equações da 2ª lei:**

$$b - n + 1$$

Utilizando as leis de KIRCHHOFF, para determinar as equações que possibilitem resolver o circuito, temos dois métodos:

Analisando os ramos, ab, bc, cd e da:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= E_1 - R_1 I_1 \\ V_{bc} &= -E_2 - R_2 I_2 \\ V_{cd} &= E_3 + R_3 I_3 \\ V_{da} &= R_4 I_4 \end{aligned}$$

Quando partimos do ponto a, no sentido horário, e percorremos a malha efetuando os somatórios e voltando ao ponto a, chegamos à conclusão que:

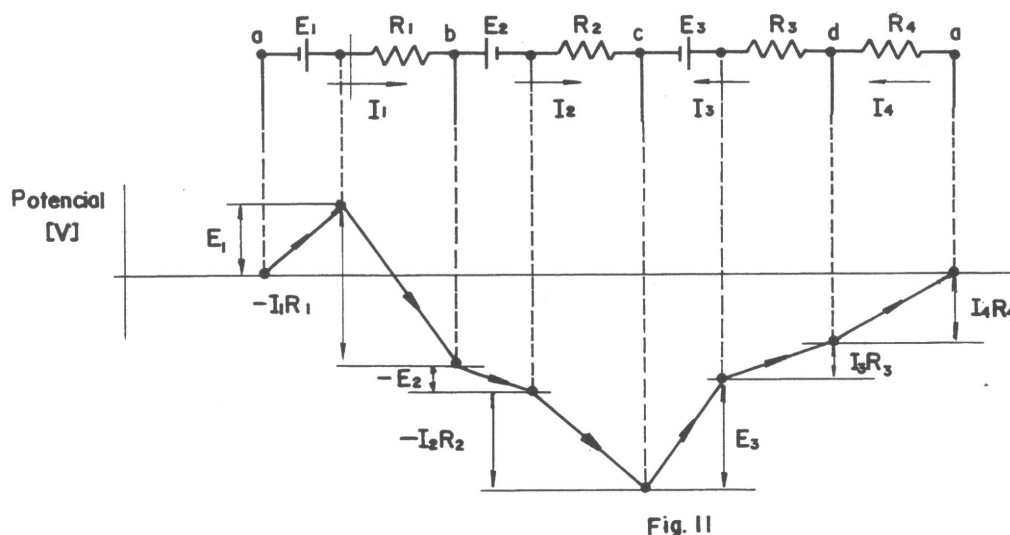
$$V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{da} = 0$$

Substituindo  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ ,  $V_{cd}$ ,  $V_{da}$ ,

$$\begin{aligned} E_1 - R_1 I_1 - E_2 - R_2 I_2 + E_3 + R_3 I_3 + R_4 I_4 &= 0 \\ E_1 - E_2 + E_3 &= R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_4 \end{aligned}$$



Analisando graficamente, observamos o comportamento do circuito da figura 11:



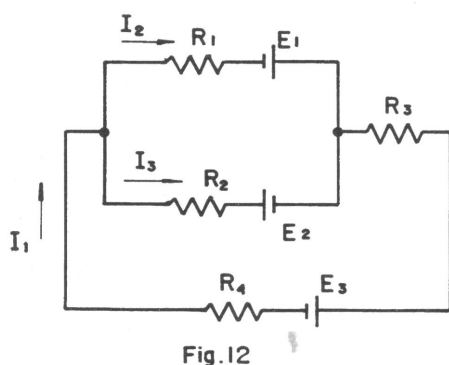
Para se aplicar esta Lei, sem receio de enganos, deve-se proceder como segue:

a) Representar no esquema os sentidos das várias f.e.m. (dirigidas do negativo para o positivo);

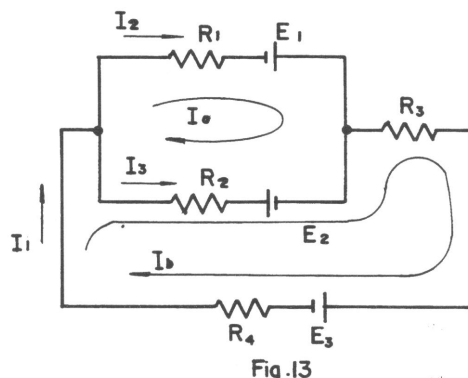
b) Fixar arbitrariamente os sentidos das correntes;

c) Escolher um sentido de circulação. Este pode ser igual ao sentido da corrente (nos casos em que o sentido da corrente se descobre à primeira vista). Mas também pode ser escolhido ao acaso;

a) Usando corrente de ramo



b) Usando corrente de malha



Temos neste circuito uma equação da lei (Lei de Nós)

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Fazendo  $I_1 = I_b$ ,  $I_2 = I_4$   
 $I_3 = I_b - I_4$

Das malhas abaixo temos as equações da 2ª lei:

- 1) Considerando a malha  $R_1 E_1 E_2 R_2$ :  $R_1 I_2 - R_2 I_3 = E_1 + E_2$
- 2) Considerando a malha  $R_1 E_1 R_3 E_3 R_4$ :  $R_1 I_2 + (R_3 + R_4) I_1 = E_1 - E_3$
- 3) Considerando a malha  $R_2 E_2 R_3 E_3 R_4$ :  $R_2 I_3 + (R_3 + R_4) I_1 = -E_2 - E_3$

Das malhas abaixo, temos as equações da 2ª lei:

- 1) Malha  $R_1 E_1 E_2 R_2$ :  $R_1 I_a + R_2 (I_a - I_b) = E_1 + E_2$
- 2) Malha  $R_1 E_1 R_3 E_3 R_4$ :  $R_1 I_a + (R_3 + R_4) I_b = E_1 - E_3$
- 3) Malha  $R_2 E_2 R_3 E_3 R_4$ :  $R_2 (I_b - I_a) + (R_3 + R_4) I_b = -E_2 - E_3$

### OBSERVAÇÃO:

No circuito acima temos 2 nós e 3 ramos;  $n = 2$  e  $b = 3$ . 1ª Lei:  $n - 1 = 2 - 2 = 1$  equação.

2ª Lei:  $b - n + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$  equações.

Bastam duas equações da 2ª Lei para determinar as correntes.

Estas duas equações são escolhidas entre as três que temos.

### Exemplo 1:

Dado o circuito, determinar as correntes que passam em cada ramo.

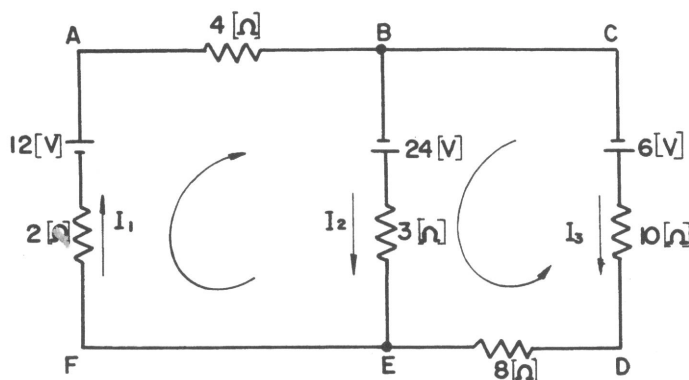


Fig. 14

### Solução 1:

Determinar o número de equações, temos:

- a)  $n - 1$   
 $2 - 1 = 1$  (uma equação para a 1ª lei).

- b)  $b - n + 1$   
 $3 - 2 + 1 = 2$  (duas equações para a 2ª lei).

Temos; supondo as correntes como sendo  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ :

1ª lei para o nó B:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

2ª lei para a malha ABEFA:

$$2I_1 + 4I_1 + 3I_2 = 12 + 24$$

$$6I_1 + 3I_2 = 36$$

$$2I_1 + I_2 = 12 \quad (2)$$

2ª lei para a malha BEDCB:

$$3I_2 - 8I_3 - 10I_3 = 24 - 6$$

$$3I_2 - 18I_3 = 18$$

$$I_2 - 6I_3 = 6 \quad (3)$$

De(1)

$$I_2 = I_1 - I_3 \quad (4)$$

Substituindo (4) em (2)

$$2I_1 + I_1 - I_3 = 12$$

$$3I_1 - I_3 = 12$$

$$I_3 = 3I_1 - 12 \quad (5)$$

Substituindo (4) em (3)

$$I_1 - I_3 - 6I_3 = 6$$

$$I_1 - 7I_3 = 6 \quad (6)$$

Substituindo (5) em (6):

$$I_1 - 7(3I_1 - 12) = 6$$

$$I_1 - 21I_1 + 84 = 6$$

$$-20I_1 = -78$$

Substituindo  $I_1$  em (5)

$$I_3 = 3 \times 3,9 - 12$$

$$I_3 = 11,7 - 12$$

$$I_3 = -0,3 \text{ [A]}$$

$$I_1 = \frac{78}{20} = \frac{39}{10} = 3,9 \text{ [A]}$$

Substituindo  $I_1$  e  $I_3$  em (4)

$$I_2 = 3,9 - (-0,3) = 4,2 \text{ [A]}$$

No final, escrevemos as correntes em valor absoluto, refazendo o circuito de acordo com o sinal encontrado para as mesmas.

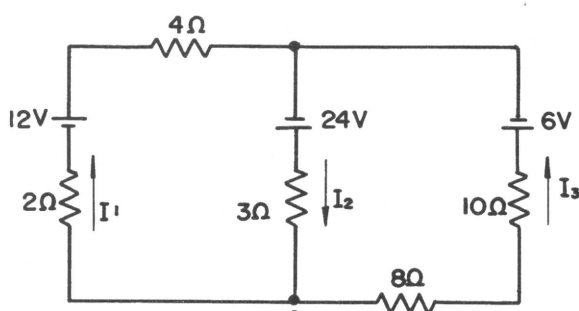


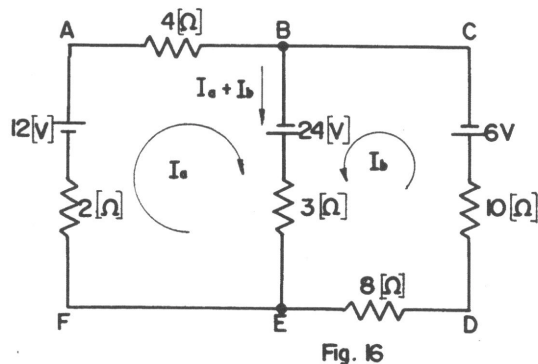
Fig. 15

$$I_1 = 3,9 \text{ [A]}$$

$$I_2 = 4,2 \text{ [A]}$$

$$I_3 = 0,3 \text{ [A]}$$

Solução 2 :



Supondo as correntes de malha como sendo  $I_a$  e  $I_b$ , e a corrente no ramo BE  $I_a + I_b$ , vem:

Considerando a malha ABEFA, temos:

$$\begin{aligned} 4I_a + 3(I_a + I_b) + 2I_a &= 12 + 24 \\ 9I_a + 3I_b &= 36 \\ 3I_a + I_b &= 12 \end{aligned} \quad (1)$$

Considerando a malha BCDEB, temos:

$$\begin{aligned} 3(I_a + I_b) + 8I_b + 10I_b &= 24 - 6 \\ 3I_a + 21I_b &= 18 \\ I_a + 7I_b &= 6 \end{aligned} \quad (2)$$

Tomando as equações (1) e (2)

$$\begin{aligned} 3I_a + I_b &= 12 & (1) \\ I_a + 7I_b &= 6 & (2) \end{aligned}$$

Multiplicando a equação (2) por - 3 e somando com (1), temos:

$$\begin{array}{rcl} 3I_a + I_b &= & 12 \\ -3I_a - 21I_b &= & -18 \quad + \\ \hline -20I_b &= & -6 \end{array}$$

$$I_b = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ [A]}$$

Usando a equação (1), temos:

$$\begin{aligned} 3I_a + 0,3 &= 12 \\ I_a &= \frac{11,7}{3} = 3,9 \text{ [A]} \end{aligned}$$

A corrente no ramo BE é:

$$3,9 + 0,3 = 4,2 \text{ [A]}$$

**OBSERVAÇÃO:**

Verificamos que pelos dois processos chega-se ao mesmo resultado.

## 4 - CIRCUITOS EM PONTE (1)

Os circuitos em ponte são um caso particular da ligação série paralelo muito importante e muito utilizado eletricamente.

### 4.1 - Ponte desbalanceada

Disponemos 4 resistores ligados em forma de um quadrado e nos pontos equidistantes C e D, ligamos um quinto resistor, sendo que nos extremos A e B da configuração alternados com uma fonte de tensão E. A este tipo de configuração dá-se o nome de circuito de ponte (figura 1).

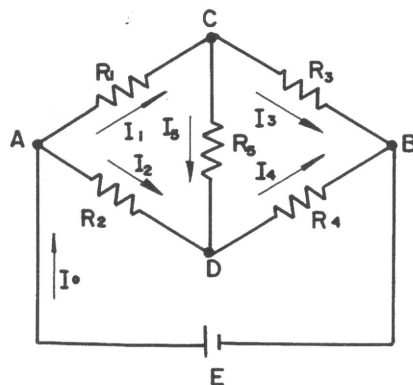


Fig.17- Circuito em ponte desbalanceada

Analisando o circuito da figura 17, iremos determinar as correntes, utilizando as Leis de KIRCHHOFF. Aplicando a Lei de Nós, temos:

$$\text{Nó A: } I_0 = I_1 + I_2 \quad (1)$$

$$\text{Nó C: } I_1 = I_3 + I_5 \quad (2)$$

$$\text{Nó D: } I_4 = I_2 + I_5 \quad (3)$$

Aplicando a Lei das Malhas, temos:

Malha ACDA

$$R_1 I_1 + R_5 I_5 - R_2 I_2 = 0 \quad (4)$$

Malha CBDC

$$R_3 I_3 + R_4 I_4 - R_5 I_5 = 0 \quad (5)$$

Malha ADBA

$$R_2 I_2 + R_4 I_4 = E \quad (6)$$

Com estas equações poderemos determinar as correntes da ponte, conseqüentemente poderemos também determinar a resistência total da ponte em função da fonte E.

b) Analisando o circuito da figura 17, poderemos determinar a diferença de potencial entre os pontos CD:

$$V_A = E$$

$$V_B = 0$$

$$V_C = E - R_1 I_1 = R_3 I_3$$

$$V_D = E - R_2 I_2 = R_4 I_4$$

$$V_{CD} \sim V_C - V_D$$

$$V_{CD} = R_2 I_2 - R_1 I_1 \sim R_3 I_3 - R_4 I_4$$

Conclui-se que, entre os pontos C e D, existe uma diferença de potencial e uma corrente circulando entre os mesmos e fazendo com que a ponte fique desbalanceada.

## 4.2 - Ponte Balanceada

Do circuito da figura 17, retiramos o resistor  $R_5$  e, em seu lugar, colocamos um galvanômetro (figura 18). Alterando os valores de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  para que a corrente do galvanômetro seja zero, neste caso a diferença de potencial entre os pontos C e D também será zero e porque os pontos terão o mesmo potencial.

Analisando o circuito para a condição de equilíbrio, ou seja:  $I_g = 0$ .

Temos:

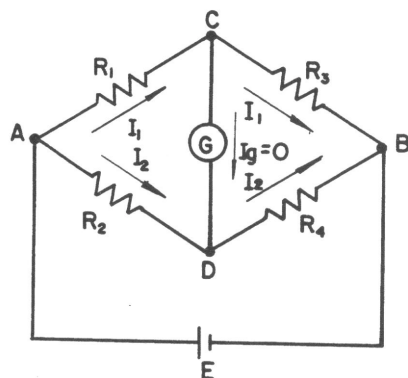


Fig. 18 - Circuito em ponte balanceado.

Sabendo que  $V_{AC} = V_{AD}$  e  $V_{CB} = V_{DB}$ , temos:

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \quad (1)$$

$$R_3 I_1 = R_4 I_2 \quad (2)$$

Relacionado as equações (1) e (2), podemos determinar que:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_2 = R_4$$

Ou seja:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

Em Eletricidade Aplicada, utilizamos esta fórmula para determinar o valor de um resistor desconhecido, por exemplo:

$$R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

#### OBSERVAÇÃO:

No circuito em ponte balanceada, sabendo que os potenciais no ponto C e D são iguais, poderemos interligá-los ou retirar o resistor central sem que o circuito se altere.

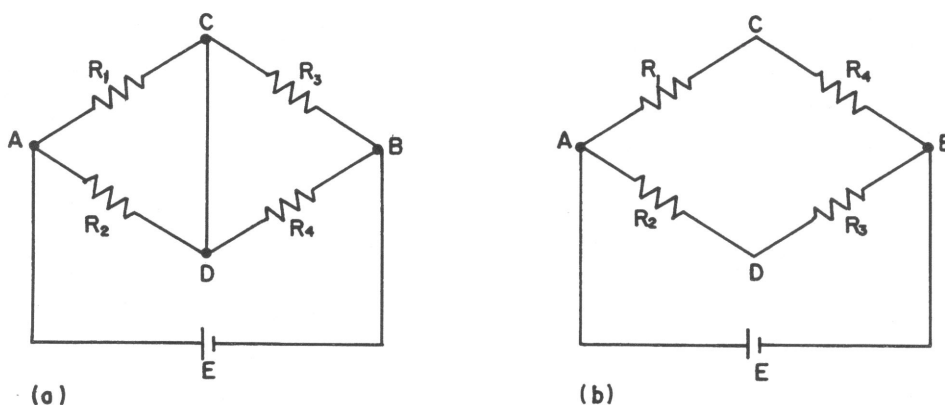


Fig. 19

Exemplo 1:

Dado o circuito da figura 20, determinar:

a) Resistência total do circuito;

b) Corrente total.

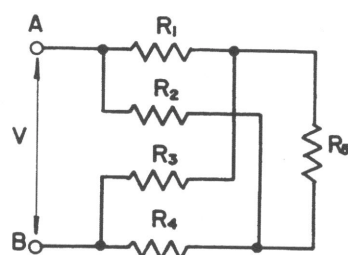


Fig. 20

$$\begin{aligned} R_1 &= 18 \, [\Omega] \\ R_2 &= 6 \, [\Omega] \\ R_3 &= 12 \, [\Omega] \\ R_4 &= 4 \, [\Omega] \\ R_5 &= 10 \, [\Omega] \\ V &= 15 \, [\text{V}] \end{aligned}$$

Solução:

O circuito da figura 20 toma a seguinte forma:

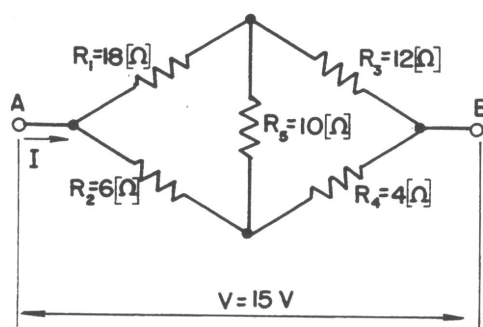


Fig. 21

Observando o circuito, sabemos que:

$R_1 R_4 = R_2 R_3$ , concluindo que o circuito está equilibrado; portanto, podemos retirar o resistor  $R_5$  do circuito, pois o mesmo não causa nenhuma alteração.

a) Cálculo da Resistência total:

$$\begin{aligned} R &= \frac{(R_1 + R_3) \times (R_2 + R_4)}{(R_1 + R_3) + (R_2 + R_4)} \\ &= \frac{(18+12) \times (6+4)}{(18+12) + (6+4)} = \frac{300}{40} = 7,5 \\ \therefore R &= 7,5 \, [\Omega] \end{aligned}$$



b) Cálculo da corrente total:  
pela lei de Ohm, temos:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{15}{7,5} = 2 \quad \therefore \quad I=2[A]$$

Exemplo 2:

Dado o circuito da figura 22, com a chave S desligada ou ligada a corrente será de 3A . Determine o valor de  $R_1$  e  $R_2$ .

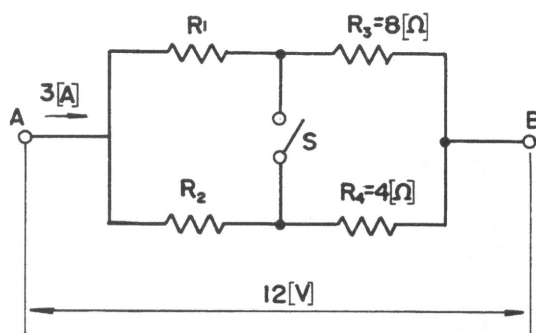


Fig. 22

Solução:

Para que a corrente total do circuito seja 3[A] com a chave "S" aberta ou fechada, o circuito necessariamente estará em equilíbrio.

Sabemos que:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\therefore R_1 = 2R_2 \quad (1)$$

Pela lei de Ohm:

$$R = \frac{V}{I}$$

E com a chave S fechada, temos  $R_1$  e  $R_2$  em paralelo, ligados em série com paralelo de  $R_3$  e  $R_4$ . Em consequência:

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{V}{I}$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{8 \times 4}{8 + 4} = \frac{12}{3}$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{8}{3} = 4$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\frac{2R_2 \times R_2}{2R_2 + R_2} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

$$R = \frac{2R_2^2}{3R_2} = \frac{4}{3}$$

$$2R_2 = 4$$

$$R_2 = 2 \text{ [ } \Omega \text{ ] e } R_1 = 2 \times 2 = 4 \text{ [ } \Omega \text{ ]}$$

## 5 - TEOREMA DA SUPERPOSIÇÃO

O Teorema da Superposição é o mais lógico dos Teoremas de Malhas. Largamente usado em Física, Engenharia e mesmo em Economia, é empregado para estudo de sistemas em que várias forças estejam atuando ao tempo para causar um efeito total. Este princípio, muitas vezes, poupa trabalho contendo diversas f.e.m.

Consideremos o circuito da figura 23.

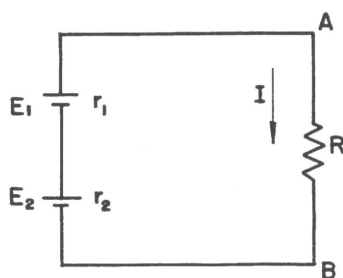


Fig. 23

Usando a 2ª Lei de KIRCHHOFF, temos:

$$E_1 + E_2 = (r_1 + r_2 + R)I$$

$$\therefore I = \frac{E_1 + E_2}{r_1 + r_2 + R} = \frac{E_1}{r_1 + r_2 + R} + \frac{E_2}{r_1 + r_2 + R} = I_1 + I_2$$

Onde:

$$I_1 = \frac{E_1}{r_1 + r_2 + R} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{E_2}{r_1 + r_2 + R}$$

A primeira parcela é obtida de um circuito que tem f.e.m.  $E_1$ , fazendo  $E_2 = 0$ , porém mantendo sua resistência interna  $r_2$  no circuito.

A segunda parcela é obtida da mesma maneira que a primeira, só que a f.e.m. é  $E_2$ , com  $E_1 = 0$ , e considerando-se sua resistência interna  $r_1$ .

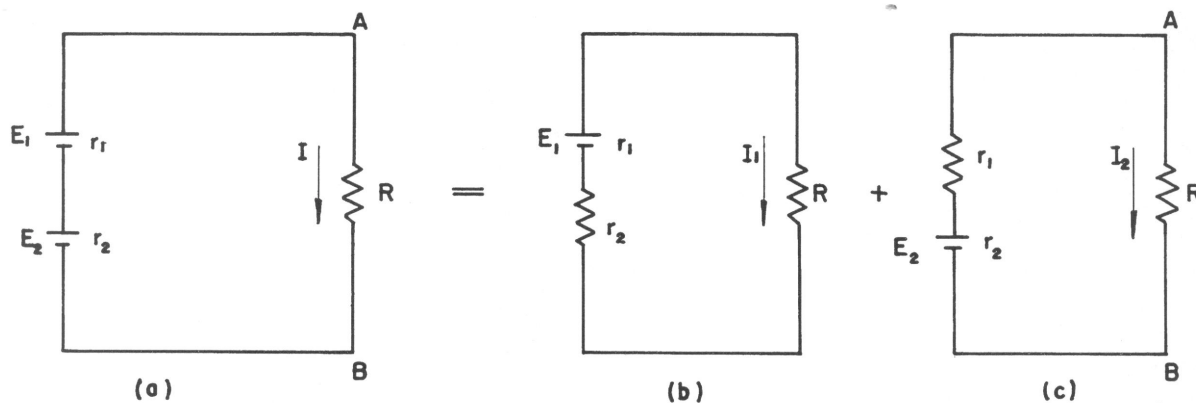


Fig. 24

Isto é obtido considerando-se uma f.e.m. de cada vez, substituindo-se as outras por curto-circuitos. Naturalmente, qualquer resistência associada com as f.e.m. retiradas não ficará em curto.

A corrente que passa em um ramo de qualquer malha de um circuito com várias f.e.m., é resultado da na algébrica das correntes fornecidas por estas várias f.e.m., individualmente.

#### OBSERVAÇÃO:

1) Neste problema simples, o emprego do princípio da superposição requereu um pouco mais de trabalho do que os outros métodos, tais como o método das malhas.

Foi evitada, porém, a resolução de duas equações simultâneas. Depois alguma prática com o método, poderemos escrever as equações diretamente do circuito primitivo e poupar o trabalho da construção dos circuitos componentes.

2) A potência consumida em  $R$  figura 24 (a) é:

$$P = I^2 R$$

Se o substituirmos  $I$  por  $I_1 + I_2$ , vem:

$$P = (I_1 + I_2)^2 R = (I_1^2 + 2I_1 I_2 + I_2^2) R$$

A soma das potências consumidas em  $R$ , figura 24(b) e (c), quando consideramos as f.e.m. individualmente, é:

$$P_1 + P_2 = I_1^2 R + I_2^2 R = (I_1^2 + I_2^2) R$$

Logo:

Não podemos aplicar o Teorema da Superposição para o cálculo da potência, pois  $P \neq P_1 + P_2$ .

Exemplo 1:

Determinar  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , aplicando o método da superposição.

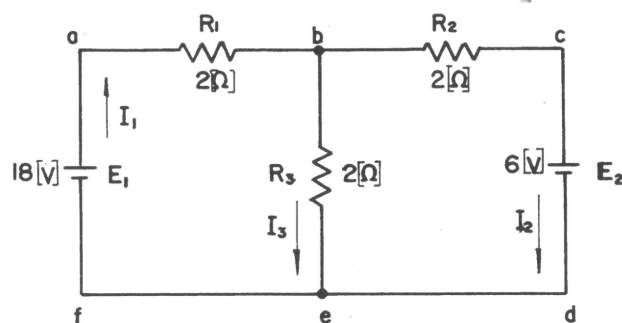


Fig. 25

Solução:

Decompondo o circuito e resolvendo as novas estruturas:

a)

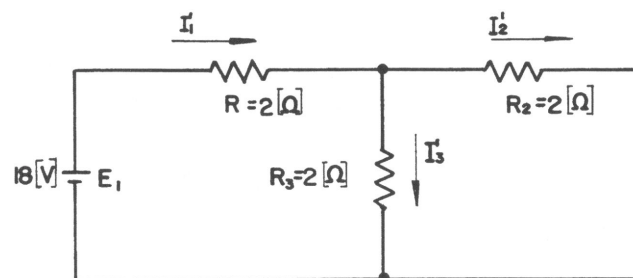


Fig. 26

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 \times R_3}{R_2 + R_3}}; \quad I'_1 = \frac{18}{2 + \frac{2 \times 2}{2 + 2}} = \frac{18}{3} = 6[A]$$

$$I'_2 = I'_3 = \frac{I'_1}{2} = 3[A]$$

b)

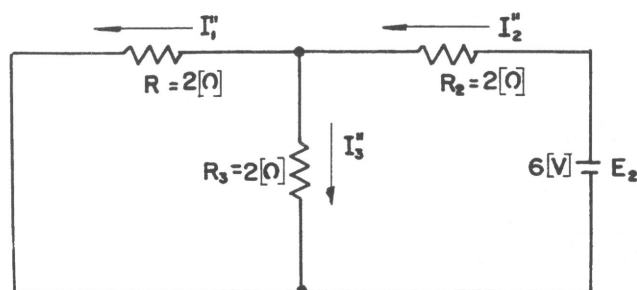


Fig. 27

$$I''_2 = \frac{E_2}{R_1 + \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_3}}; \quad I''_2 = \frac{6}{2 + \frac{2 \times 2}{2+2}} = \frac{6}{3} = 2[A]$$

$$I''_1 = I''_3 = \frac{I''_2}{2} = \frac{2}{2} = 1[A]$$

Após termos concluído o estudo separadamente, efetuamos a soma algébrica dos valores encontrados para as correntes; os sentidos reais das diversas correntes dependem dos maiores valores absolutos, ou seja:

Observando a figura 26 e a figura 27, construímos as seguintes equações definitivas:

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 6 - 1 = 5 \therefore I_1 = 5 [A]$$

$$I_2 = I'_2 - I''_2 = 3 - 2 = 1 \therefore I_2 = 1 [A]$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3 = 3 + 1 = 4 \therefore I_3 = 4[A]$$

Exemplo 2:

Determinar as correntes através dos resistores, aplicando o Teorema da Superposição.

$R_1=2[\Omega]$ ,  $R_2=4[\Omega]$ ,  $R_3=8[\Omega]$ ,  $R_4=4[\Omega]$ ,  $E_1=24[V]$  e  $E_2=18[V]$ .

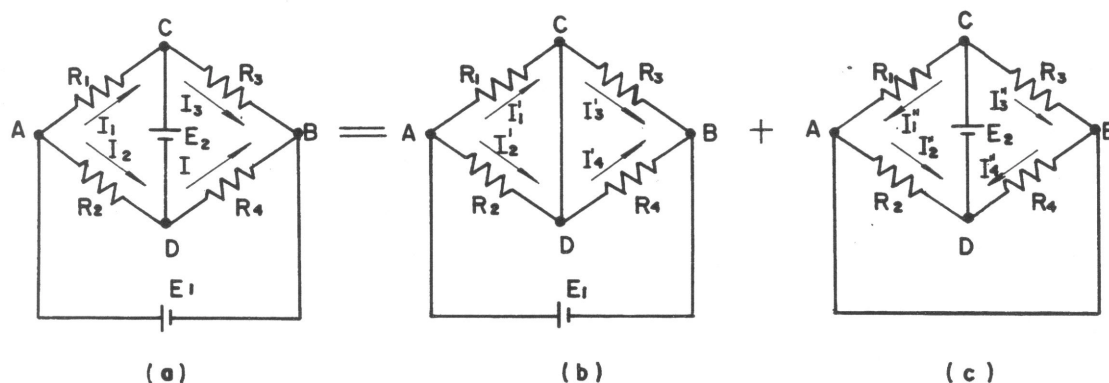


Fig.28

Solução:

Decompondo o circuito da figura 28 (a), temos: (a) = (b) + (c).

Consideremos que a fonte seja ideal (não existe resistência interna). Na figura 28 (b) a fonte E2 foi substituída por um curto-circuito.

Logo:

$$I'_1 = \frac{E_1}{\frac{R_1 R_2 + R_3 R_4}{R_1 + R_2 R_3 + R_4}}; \quad I'_1 = \frac{24}{\frac{2 \times 4 + 8 \times 4}{2+4 \quad 8+4}} = 6 [A]$$

$$I'_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I' \quad ; \quad I'_1 = \frac{4}{2+4} \times 6 = 4 [A]$$

$$I'_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I' \quad ; \quad I'_2 = \frac{2}{2+4} \times 6 = 2[A]$$

$$I'_3 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} I' \quad ; \quad I'_3 = \frac{4}{8+4} \times 6 = 2 [A]$$

$$R_3 + R_4 \quad 8 + 4$$

$$I'_4 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} I' \quad ; \quad I'_4 = \frac{8}{8 + 4} \times 6 = 4 \text{ [A]}$$

Na figura 28(c) a fonte  $E_i$  foi substituída por um curto-circuito.

Remanejando o circuito da figura 28 (c).

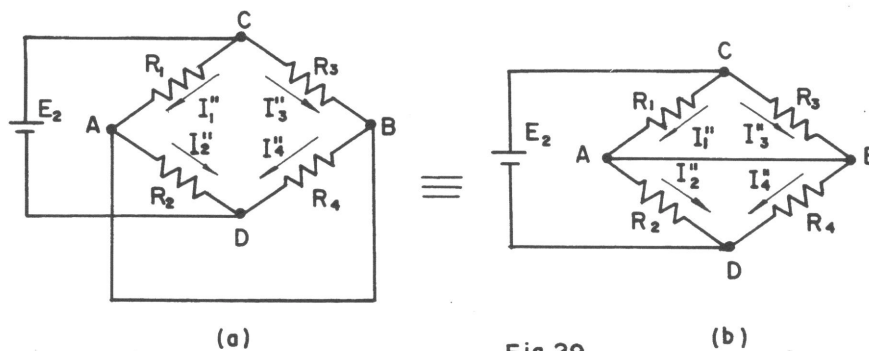


Fig.29

Calculando a corrente  $I''$ , temos:

$$I'' = \frac{E_2}{\frac{R_1 R_3 + R_2}{R_1 + R_3} + \frac{R_4}{2}} \quad ; \quad I'' = \frac{18}{\frac{2 \times 8}{2 + 8} + \frac{4}{2}} = 5 \text{ [A]}$$

$$I''_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I'' \quad ; \quad I''_1 = \frac{8}{2 + 8} \times 5 = 4 \text{ [A]}$$

$$I''_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} I'' \quad ; \quad I''_3 = \frac{2}{2 + 8} \times 5 = 1 \text{ [A]}$$

$$I''_2 = I''_4 = \frac{I''}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ [A]}$$

Determinação das correntes nos resistores:

$$I_1 = I'_1 - I''_1; I_1 = 4 - 4 = 0 \therefore I_1 = 0 \text{ [A]}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2; I_2 = 2 + 2,5 = 4,5 \therefore I_2 = 4,5 \text{ [A]}$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3; I_3 = 2 + 1 = 3 \therefore I_3 = 3 \text{ [A]}$$

$$I_4 = I'_4 - I''_4; I_4 = 4 - 2,5 = 1,5 \therefore I_4 = 1,5 \text{ [A]}$$

## ELETROMAGNETISMO

### 1 - MAGNETISMO

Por muitos séculos, sabia-se que certas pedras tinham a capacidade de atrair pequenos pedaços de ferro. A esse fenômeno deu-se o nome de magnetismo. Hoje, sabe-se que estas pedras são de um minério de ferro que tem o nome de magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ). As substâncias que apresentam o fenômeno do magnetismo são chamadas ímãs.

Os ímãs naturais não apresentam valor prático, pois os ímãs permanentes de formato mais conveniente e mais potentes podem ser produzidos artificialmente, de aços especiais e ligas de ferro, níquel e cobalto.

#### 1.1 - Características dos ímãs

- a) Atrair limalhas de ferro com maior concentração nas extremidades, que; são chamados pólos, figura 1.

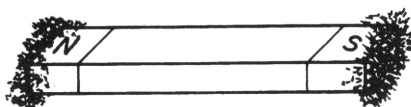


Fig. 1

- b) Quando suspendemos pelo meio um ímã reto e bastante leve, verifica-se que ele se orienta na direção norte-sul terrestre. A extremidade que aponta para o norte é chamada de pólo norte, e a outra, para o sul, de pólo sul, figura 2.

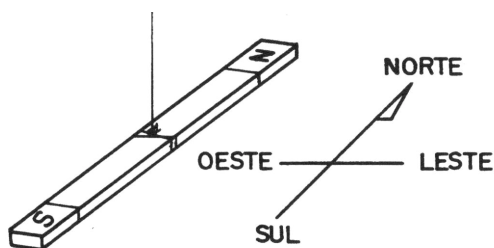


Fig. 2

- c) A experiência mostra que aproximando-se dois pólos norte ou dois pólos sul de quaisquer ímãs, ocorre repulsão entre eles; contudo, aproximando-se um pólo norte de um pólo sul ocorre atração entre eles. Este fenômeno representa a lei fundamental do magnetismo que diz:

**Pólos de mesmo nome se repelem e de nomes contrários se atraem.**

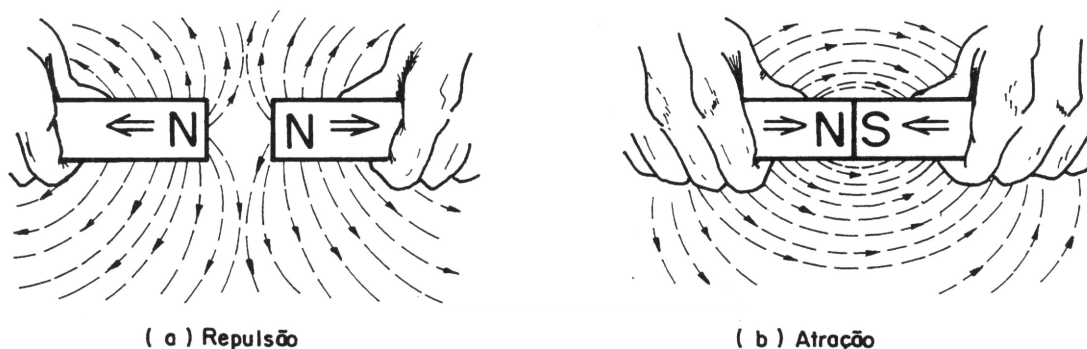


Fig. 3

c) Os pólos magnéticos dos ímãs ficam sempre localizados nas extremidades.  
Se qualquer ímã for colocado em duas partes, obtém-se dois novos ímãs e assim por diante. Não existe ímã de um só pólo, figura 4.

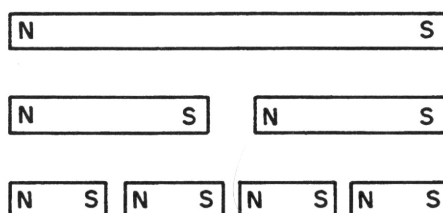


Fig. 4

Os tipos de ímã mais comuns estão representados na figura 5, (a) e forma de barra, (b) ferradura e (c) agulha da bússola.

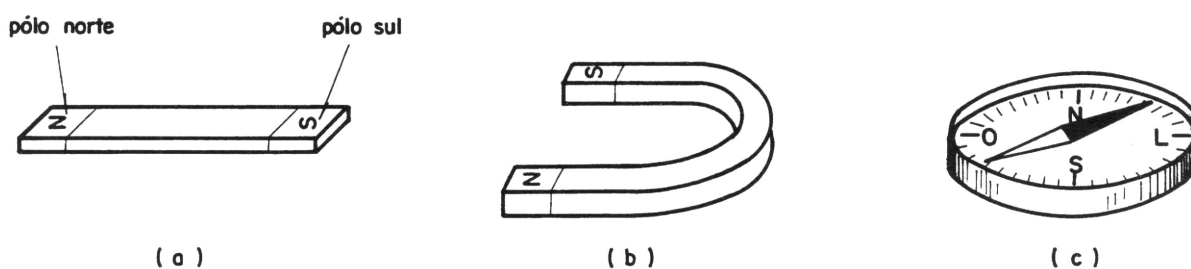


Fig. 5

## 1.2 - Lei de COULOMB

O físico COULOMB, ao estudar os fenômenos de atração e repulsão entre os pólos dos ímãs, foi levado a admitir que existe em cada pólo uma certa quantidade de magnetismo ou massa magnética proporcional à força produzida pelo pólo. Então COULOMB enunciou a seguinte lei:



**"A força atrativa ou repulsiva entre dois pólos magnéticos é diretamente proporcional ao quadrado da distância entre elas".**

Esta lei traduz-se na fórmula:

$$F = K \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Onde:

F : força [N]

$m_1$  e  $m_2$  : intensidade do pólo magnético [wb]

r : distância [m]

K : coeficiente de proporcionalidade

Quanto ao sinal de F:

$m_1$  e  $m_2$  de sinais iguais

$F > 0$ , haverá repulsão

$m_1$  e  $m_2$  de sinais opostos

$F < 0$ , haverá atração

No vácuo temos:

$$K = \frac{1}{4\pi\mu_0} = 9 \times 10^9$$

Onde:

$\mu_0$  é a permeabilidade absoluta do vácuo

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ [H/m]}$$

Substituindo o valor de K na fórmula acima, temos:

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Em qualquer substância podemos utilizar:

$$F = \frac{1}{4\pi\mu_0 \mu_s} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9}{\mu_s} \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Onde:

$\mu_s$  é a permeabilidade relativa da substância

No ar nós temos  $\mu_s \cong 1$ . Nas substâncias de modo geral, a força entre os pólos magnéticos é  $1/\mu_s$  em relação ao vácuo.

### 1.3 • Campo magnético

Chama-se campo magnético de um ímã ao espaço onde se fazem as ações magnéticas do ímã.

### 1.4 - Intensidade do campo magnético

Chama-se de intensidade do campo magnético a uma grandeza vetorial definida em cada ponto do campo, como a força que solicita a massa magnética unitária colocada neste ponto. Sua indicação é "H", cuja unidade é [A/m] ou [Aesp/m].

1 [A/m] é então, a unidade de intensidade do campo magnético e representa a intensidade de um campo que age sobre a massa unitária de 1 [wb] com a unidade de força 1 [N].

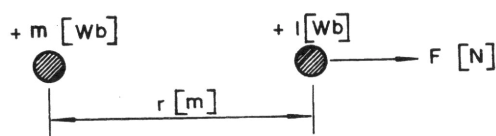


Fig. 7

Tendo no vácuo, certa massa magnética de +m [wb] e a outra de 1 [wb], separadas por uma distância de r [m], pela lei de COULOMB, a força F [N] que age na mesma massa magnética, será:

$$F = K \frac{m \times 1}{r^2} = K \frac{m}{r^2}$$

Esta força F é do mesmo valor da intensidade do campo magnético H [A/m], logo:

$$H = K \frac{m}{r^2}$$

Quando for colocada uma massa magnética de valor m [wb] em um campo de intensidade de H [A/m], a força que age nesta massa magnética será:

$$F = mH$$

A intensidade do campo no ponto P, distante do pólo magnético N de  $r_1$  [m] e do pólo S de  $r_2$  [m], sendo a resultante H a soma vetorial dos componentes  $H_n$  em relação ao ponto N e  $H_s$  em relação ao pólo S, figura 8, é:

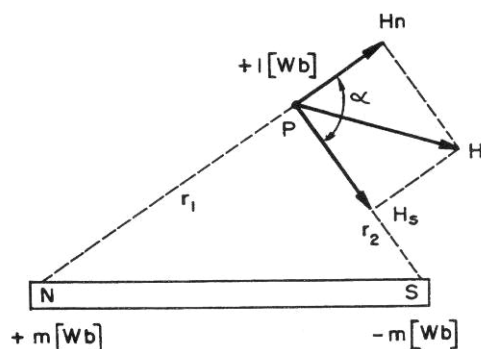


Fig . 8

A resultante da intensidade do campo em P, se obtém compondo pela regra do paralelogramo, as intensidades do campo  $H_n$  e  $H_s$ ; temos:

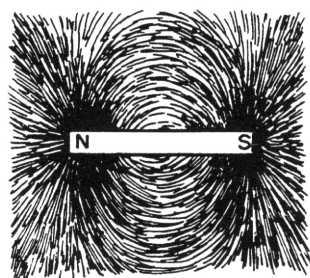
$$H_n = k \frac{m}{r_1^2} \quad H_s = k \frac{m}{r_2^2}$$

Sendo  $\alpha$  o ângulo entre  $H_n$  e  $H_s$ , vem:

$$H = \sqrt{H_n^2 + H_s^2 + 2H_nH_s \cos \alpha}$$

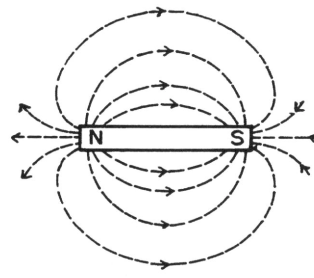
### 1.5 - Linhas de força magnética

Se colocarmos uma folha de cartão ou de vidro sobre um ímã e pulverizarmos com limalha de ferro, vê-se que os grãos da limalha se dispõem em curvas determinadas, indo de um pólo ao outro. Estas linhas, tomadas visíveis pela limalha, chamam-se linhas de força magnética; admite-se que elas saem do pólo norte e entram pelo pólo sul, figura 9.



( a )

Espectro magnético



( b )

Linhas de força magnética

Fig . 9

Elas podem ser comparadas a uma borracha esticada; a tendência é para a compressão. Não se cruzam e há repulsão mútua entre elas. Onde houver maior concentração dessas linhas, mais intenso é o campo magnético e a tangente em qualquer ponto indica o sentido desse campo.

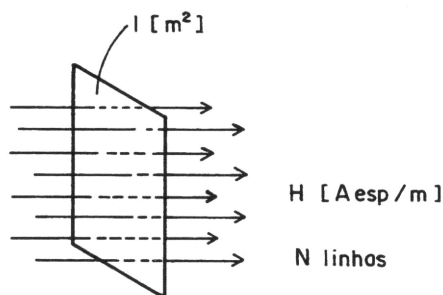


Fig . 10

Num campo magnético, o número de linhas que atravessa uma superfície de  $l[m^2]$ , normal a este campo, é de mesmo valor do campo magnético  $H[Aesp/m]$ .

A quantidade de linhas de força magnética varia com a permeabilidade do campo, e o total delas por um pólo de  $m [wb]$  em uma substância de permeabilidade relativa  $\mu_s$  é dada por  $N = \frac{m}{\mu_o \mu_s}$

### 1.6 - Fluxo/magnético

O conjunto das linhas magnéticas que emergem do pólo norte chegam ao pólo sul do ímã, é chamado de fluxo magnético, que é simbolizado pela letra grega  $\phi$  (lê-se fi), e tem como unidade o weber  $[wb]$ .

De um pólo de intensidade de campo magnético  $1 [wb]$ , sai um fluxo magnético de  $1 [wb]$ , independente da permeabilidade magnética da substância, figura 11.

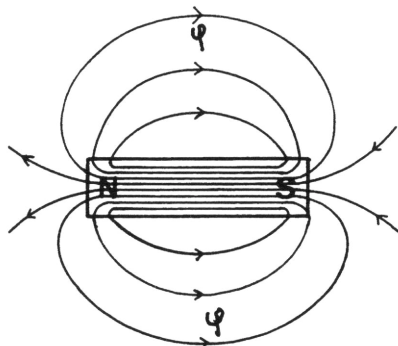


Fig . 11

### 1.7 - Densidade do fluxo magnético

A densidade do fluxo magnético é o fluxo magnético por unidade de área de uma seção perpendicular ao seu sentido, e tem como símbolo a letra B.

$$B = \frac{\Phi}{A}$$

Onde:

B : densidade de fluxo: magnético [ T ] (Lê-se tesla)

$\Phi$  =  $\Phi$  fluxo magnético [wb]

A : área [ m<sup>2</sup> ]

#### OBSERVAÇÃO:

A unidade de B é chamada de tesla e é igual a um weber por metro quadrado [wb/m<sup>2</sup>].

Em qualquer substância, a relação entre o fluxo magnético B [T] e a intensidade do campo magnético H [Aesp/m] é:

$$B = \mu H = \mu_0 \mu_s H$$

### 1.8 - O magnetismo terrestre

Já vimos em tópicos anteriores que uma agulha imantada, colocada livremente sobre um ponto de apoio, aponta sempre para o norte geográfico. Foi o médico e físico inglês WILLIAM GILBERT (1540-1603), que levantou a hipótese de que a terra, sendo uma grande ímã, atraía a agulha magnética. Pela lei do magnetismo, sabemos que pólos de nomes contrários se atraem.

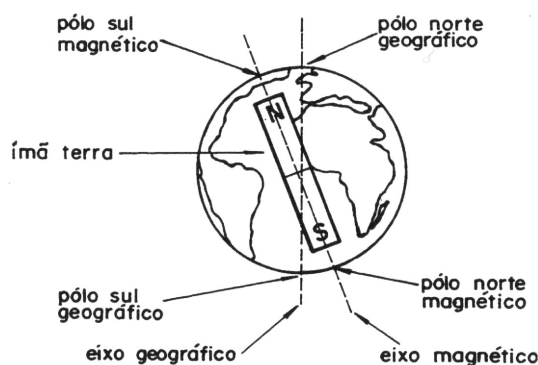


Fig. 12

A agulha da bússola está sempre voltada para o norte geográfico. Conclui-se então, que o norte geográfico corresponde ao pólo sul magnético, e o sul geográfico ao pólo norte magnético.

Vê-se pela figura, que não há coincidência entre os pólos geográficos e magnético.

Os eixos imaginários formam um ângulo entre si, chamado ângulo de declinação magnética. A bússola sofre também uma influência na direção horizontal sendo este fenômeno chamado inclinação magnética

### 1.9 - Indução magnética

Quando uma barra de ferro se aproxima do pólo de um ímã, apresentará polaridade magnética instantaneamente, sendo que sua parte mais próxima do ímã terá polaridade oposta a este, e que a outra parte terá a mesma polaridade, e então haverá atração entre eles.

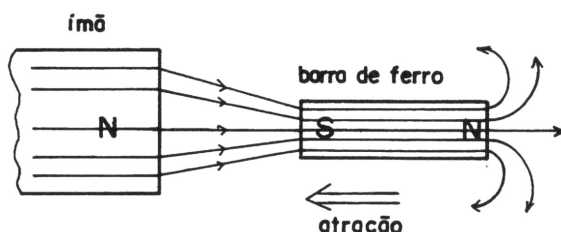


Fig. 13

Chama-se de indução magnética ao fato de uma substância ser colocada no interior de um campo magnético e ser magnetizada por este.

Os estudos anteriores sobre magnetismo classificavam os materiais simplesmente como magnéticos ou não magnéticos. Atualmente se classificam as substâncias em três grupos: paramagnéticas, diamagnéticas e ferromagnéticas.

As substâncias paramagnéticas são aquelas que se magnetizam pouco, mesmo quando sujeitas a um forte campo magnético. Esta ligeira magnetização é feita no mesmo sentido do campo magnetizante. São paramagnéticas as substâncias: alumínio, cromo, platina e ar.

As substâncias diamagnéticas podem também ficar ligeiramente magnetizadas à influência de um forte campo. Estas substâncias, quando ligeiramente imantadas, ficam magnetizadas em um sentido oposto ao campo magnetizante. Algumas substâncias diamagnéticas são o cobre, a prata, o ouro e o mercúrio.

O grupo mais importante de material que encontram aplicação em Eletricidade e Eletrônica é o das substâncias ferromagnéticas. Estas são relativamente fáceis de serem imantadas. Estão neste grupo o ferro, o aço, o cobalto, o alnico e permalói, sendo os dois últimos ligas metálicas.

## 2 - ELETROMAGNETISMO

O eletromagnetismo é o estudo da coexistência da Eletricidade do Magnetismo. Sempre a houver movimento de cargas elétricas o magnetismo estará presente.

### 2.1 - Campo magnético criado por uma corrente elétrica

#### a) Experiência de OERSTED

OERSTED observou que uma agulha magnética, suspensa e livre para girar em torno de um eixo vertical, ao ser colocada nas proximidades de um condutor percorrido por uma corrente, se desviava, indicando a existência de um campo magnético.

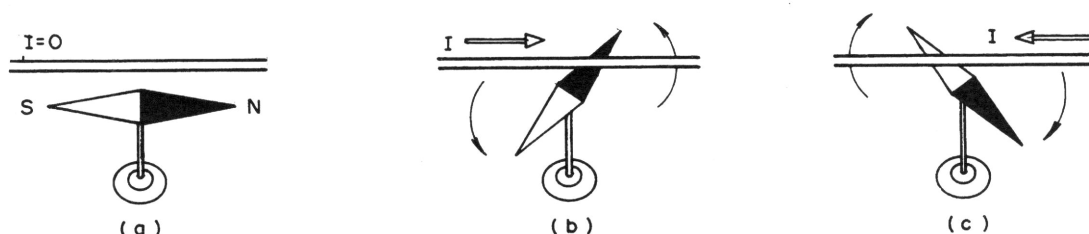


Fig. 14

Determinou ainda, o sentido do desvio para todas as posições relativas da agulha e da corrente. Verificou que a agulha tende a tomar uma posição perpendicular à corrente, e que invertendo o sentido desta, o sentido da agulha também se inverte. Experimentalmente, pode-se observar o sentido do campo magnético produzido pela corrente elétrica do condutor. A 1ª experiência será colocar sobre uma placa de papelão, limalhas de ferro, e passar um condutor elétrico. Figura 15(a); quando houver circulação da corrente elétrica  $I$ , que a limalha de ferro se ordenará em circuitos concêntricos.

A 2ª experiência será colocar várias agulhas magnéticas no lugar das limalhas de ferro na placa de papelão, figura 15(b). Notaremos que as agulhas magnéticas mudarão de direção quando submetidas à ação de um campo magnético, produzido pela corrente elétrica  $I$ . O sentido das linhas de força é definido pela extremidade da agulha, figura 15(c).

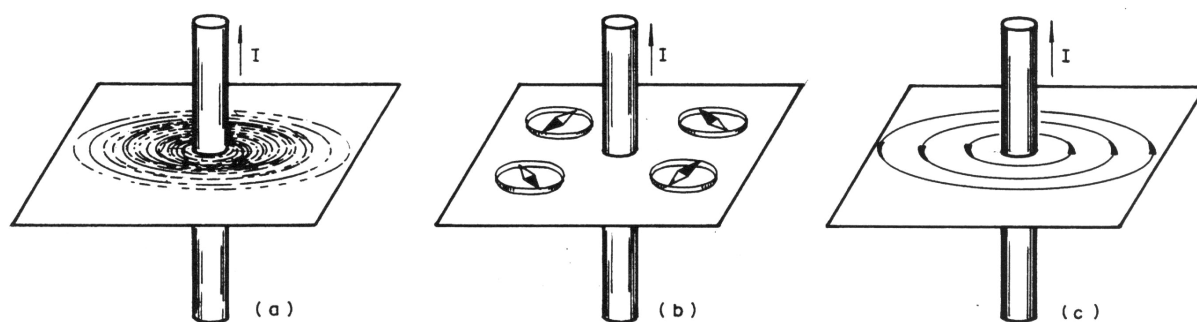


Fig. 15

#### b) Regra do saca-rolhas, de MAXWELL.

O sentido das linhas de força magnética é aquele segundo o qual se deve girar um saca-rolhas comum, co-axial como o condutor, a fim de fazê-lo avançar no sentido da corrente. Figura 16.

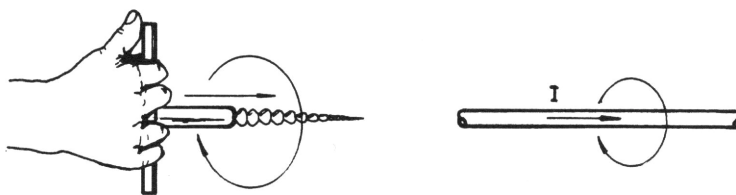


Fig. 16

### c) Regra da mão direita

Imaginando-se segurar o condutor com a mão direita, de maneira que o polegar aponte no sentido da corrente, os demais dedos apontarão no sentido da linha de força magnética. Na figura 17 a conversão adotada para representar os sentidos da corrente e das linhas de força magnética.

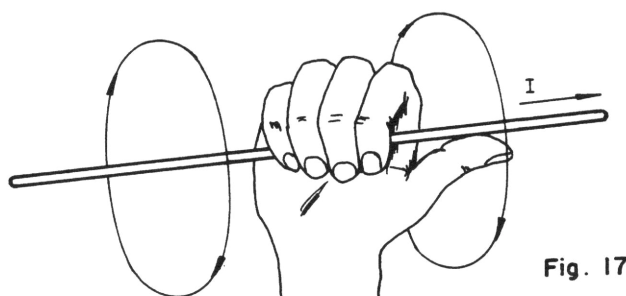


Fig. 17

Para o observador B, o círculo com um ponto representa seção do condutor, da qual a corrente tem o sentido de sair perpendicularmente do papel. Para o observador A, o círculo com uma cruz, o de penetrar no papel, (figura 18).

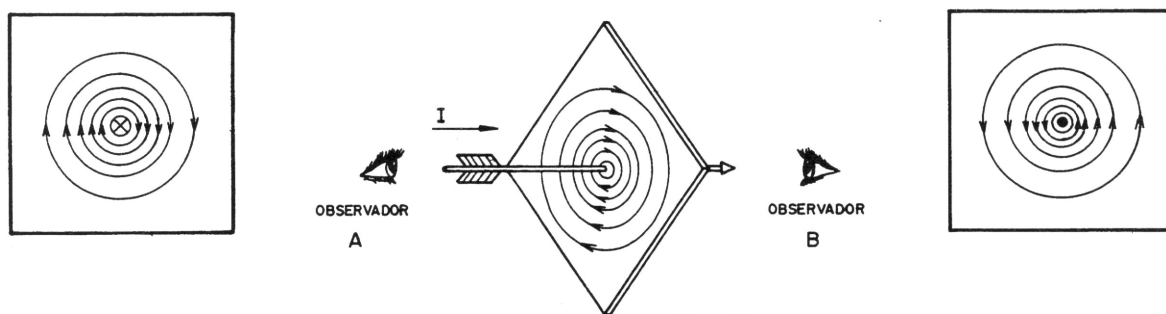


Fig. 18

## 2.2 - Solenóides

O campo produzido por uma corrente será muito maior se o condutor for enrolado em espiras formando uma bobina: a deflexão da agulha magnética será proporcional ao produto da grandeza da corrente pelo número de espiras da bobina, ou seja, ao número de ampères-espiras ( $nI$ ).



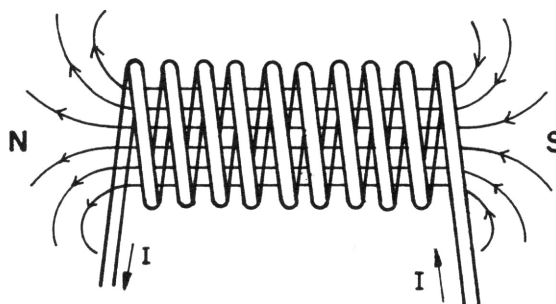


Fig . 19

Um condutor enrolado em espiras formando um cilindro e percorrido por uma corrente, constitui um solenóide.

Um solenóide produz os mesmos efeitos magnéticos que um ímã permanente, e apresenta igualmente um pólo norte e um pólo sul, figura 19.

### 2.3 - Regras para determinar a polaridade de um solenóide

Segurando-se o enrolamento com a mão direita, de maneira que o dedo indicador aponte no sentido da corrente, o pólo norte estará no sentido do dedo polegar, figura 20(a).

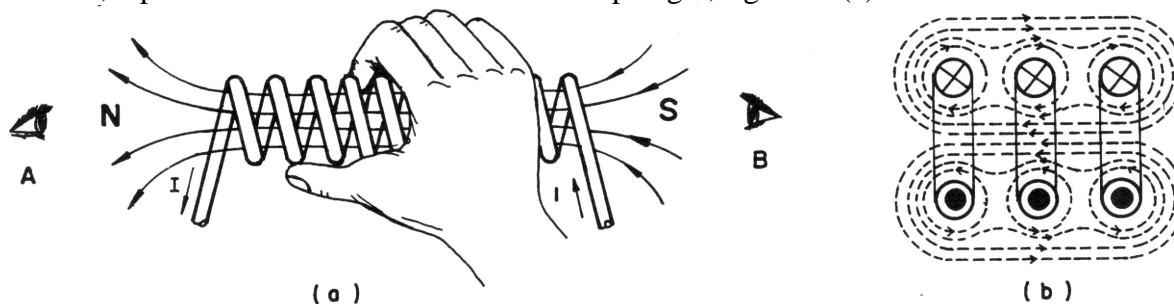


Fig. 20

A extremidade norte do solenóide é aquela na qual um observador A, olhando através da parte interna do solenóide, vê a corrente circular nas espiras no sentido trigonométrico positivo. Olhando através do solenóide pela extremidade oposta (pólo sul) o observador B verá a corrente circular no sentido dos ponteiros de um relógio.

Na figura (b) temos um solenóide em corte transversal mostrando as linhas de força magnética de cada espira em seu interior, sentido da direita para a esquerda, ou seja, do pólo sul para o norte, somando-se.

A partir do exposto, entendemos que o solenóide percorrido por corrente elétrica comporta-se como um ímã.

### 2.4 - Lei de BIOT-SAVART

A lei de BIOT-SAVART permite calcular o campo magnético produzido por uma corrente qualquer em um ponto especificado.

Supondo o condutor AB percorrido por corrente elétrica  $i$ . Esta corrente elétrica produz um campo magnético. Para calcularmos o vetor campo  $H$  em um ponto  $P$  qualquer, imaginemos o condutor AB

dividido em partes de comprimento muito pequeno. Calculamos o campo magnético  $\Delta H$  que cada uma destas partes produz em P depois efetuamos a soma vetorial de todos esses campos  $\Delta H$  e obtemos o campo H total que o condutor inteiro AB produz em P.

Sendo  $\Delta \lambda$  [m] um pequeno elemento condutor AB, r [m] a distância entre o pequeno elemento  $\Delta \lambda$  e o ponto P, e  $\theta$  o ângulo entre  $\Delta \lambda$  e r, figura 21.

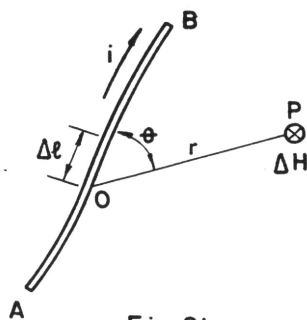


Fig. 21

$$\Delta H = \frac{i \Delta \lambda}{4\pi r^2} \sin \theta$$

O sentido do campo é dado pela regra da mão direita ou do saca-rolhas.

## 2.5 - Lei de ampère

A lei de ampère afirma:

Quando calculamos uma volta completa em um sentido do campo magnético criado pelas correntes, a soma algébrica dos produtos da intensidade de campo magnético  $\Delta H$  [Aesp/m] e o elemento de arco de comprimento  $\Delta \lambda$  [m] é igual à soma algébrica das correntes que passam no interior deste círculo, figura 22.

$$\sum \Delta H \cdot \Delta \lambda = \sum I$$

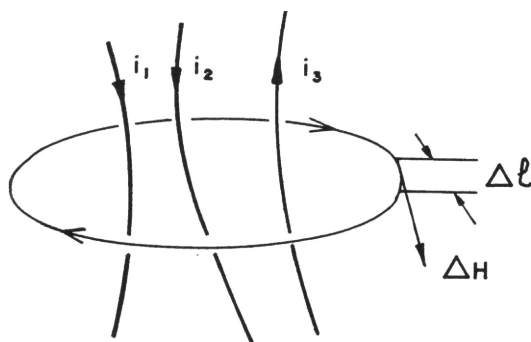


Fig. 22

## 2.6 - Intensidade do campo magnético criado por um condutor

Suponhamos um condutor retilíneo infinitamente comprido, percorrido por corrente elétrica de intensidade  $i$  [A]; em um ponto P qualquer, situado à distância  $r$  [m] do condutor, figura 23, o campo magnético tem a direção da tangente ao círculo no ponto P, e o sentido é dado pela regra da mão direita ou do saca-rolhas.

Pela Lei de Ampère, a intensidade é dada por:

$$H = \frac{i}{2\pi r} [\text{Aesp/m}]$$

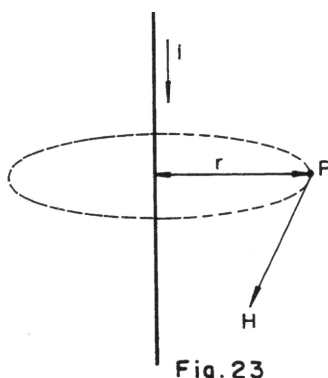


Fig. 23

## 2.7 - Intensidade do campo magnético no centro de uma espira circular

Suponhamos um condutor de raio  $r$  [m], percorrido por corrente elétrica de intensidade  $i$  [A].

Um elemento qualquer produz no centro um campo magnético, figura 24. O campo magnético tem a direção perpendicular ao plano determinado pelo círculo; o sentido dado pela regra da mão direita ou do saca-rolhas e pela Lei de BIOT-SAVART, a intensidade dada por:

$$\Delta H = \frac{i \Delta \lambda}{4\pi r^2} \sin \theta$$

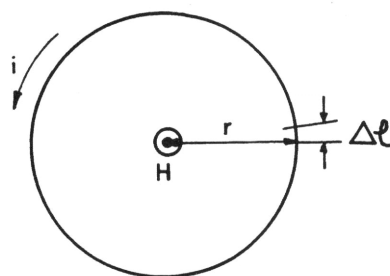


Fig . 24

O ângulo  $\theta$  entre  $\Delta$  e  $r$  é  $90^\circ$  (sem  $\theta = 1$ ); a soma dos pequenos elementos é igual a  $2\pi r$ ; a cada  $\Delta$  corresponde um  $\Delta H$  que, juntos têm sempre o mesmo sentido; no caso saindo do plano do papel. Então:

$$H = \frac{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot r}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$$

$$\therefore H = \frac{i}{2r} [\text{Aesp/m}]$$

## 2.8 - Intensidade do campo magnético de um solenóide

Suponhamos um solenóide bastante longo, com as espiras bem próximas, percorrido por uma corrente de intensidade  $i$  [A].

No interior deste solenóide, figura 25, a intensidade do campo magnético  $H$  é constante aplicando-se a Lei de Ampère, temos:

$$H = \frac{Ni}{\lambda}$$

Onde:

$N$ : número de espiras

$\lambda$  : comprimento do solenóide [m]

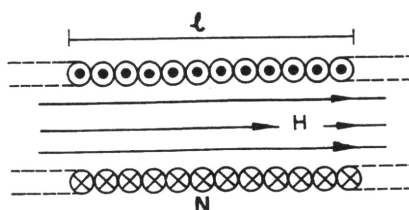


Fig. 25

## 2.9 - Ciclo de Histerese

Tomando-se uma barra ferromagnética isenta de qualquer imantação anterior (desmagnetizada) e submetendo-a a uma força magnetizante  $H$  crescente até o valor máximo  $+H_{\text{máx}}$  (figura 26), obtém-se a curva da 1ª imantação Oab saturada com o fluxo magnético  $+B_{\text{máx}}$ .

Diminuindo-se em seguida a força magnetizante  $H$  até zero, obtém-se a curva bc e a barra ainda permanece magnetizada; o segmento Oc representa a densidade de fluxo residual ou remanente  $B_r$ . Para desmagnetizar completamente a barra, deverá ser aplicada a força  $H$  negativa, até atingir o ponto d. O segundo Od representa a força coercitiva  $H_c$ .

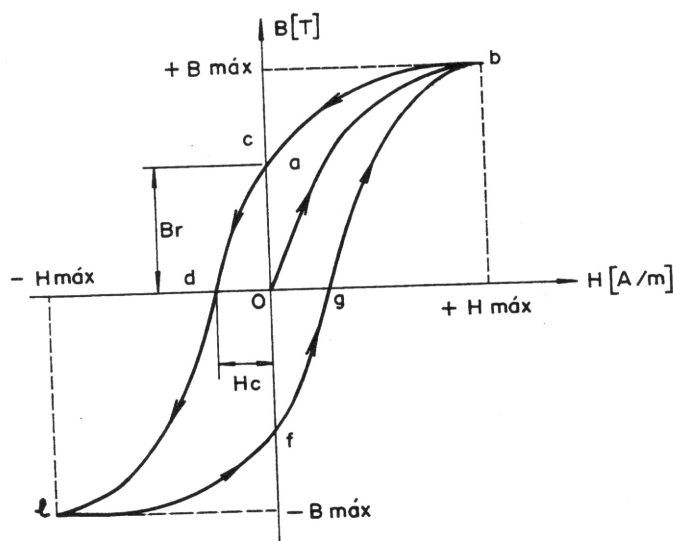


Fig. 26

Aumentando-se a força negativa até  $-H_{\text{máx}}$  obtém-se a curva d, saturada com o fluxo magnético  $-B_{\text{máx}}$ . Deste ponto, variando-se a força magnetizante  $H$  em sentido contrário, obtém-se a curva efgb, simétrica da curva bcde, em relação à origem. Se a operação for repetida, o caminho seguido superpor-se-á sempre à curva fechada bcdefgb conhecido como ciclo de histerese. A área do ciclo de histerese representa a quantidade de calor desprendido.

## 2.10 - Curva de magnetização e curva de permeabilidade

Ao se imantar gradualmente uma barra de ferro desimantada, submetendo-a ao campo de um solenóide e aumentando a corrente de excitação a partir de zero, a densidade do fluxo  $B$  cresce, porém, não proporcionalmente ao campo  $H$ .

Para valores crescentes de  $H$ , esta curva apresenta inicialmente um gradiente pequeno, a seguir tem um andamento retilíneo e finalmente se curva para a direita prosseguindo com uma pequena inclinação; um grande aumento de força magnetizante será necessário para produzir pequeno acréscimo na indução.

Diz-se que o material está saturado.

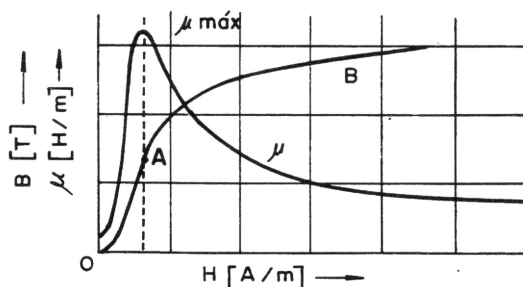


Fig. 27 - Curva de magnetização e permeabilidade

A permeabilidade  $\mu = B/H$  não é constante, e varia entre limites muito grandes. A curva de permeabilidade (figura 27) mostra-nos que  $\mu$  cresce até um valor  $\mu$  máx, cuja ordenada passa pelo ponto A, na qual uma reta partindo da origem tangencia a curva de saturação. O valor de permeabilidade na origem é chamada **permeabilidade inicial**.

Os ciclos de histerese se produzem nos seguintes casos particulares:

- 1 - Quando a força magnetizante é devida a uma corrente alternada (como no transformador).
- 2 - Pela produção de um campo rotatório, ficando fixo o núcleo de ferro, (como no estator do motor de indução).
- 3 - Girando o núcleo de ferro em um campo magnético estacionário (como nos geradores e motores de corrente contínua).

## 2.11 - Materiais ferromagnéticos

Na construção dos núcleos de máquinas e equipamentos elétricos são muito empregados o ferro fundido, o aço fundido, lâminas de aço comum, chapas de aço e silício e ligas de ferro-níquel. O ferro fundido tem a permeabilidade baixa, e ciclo de histerese com grande área (figura 28 (a)).

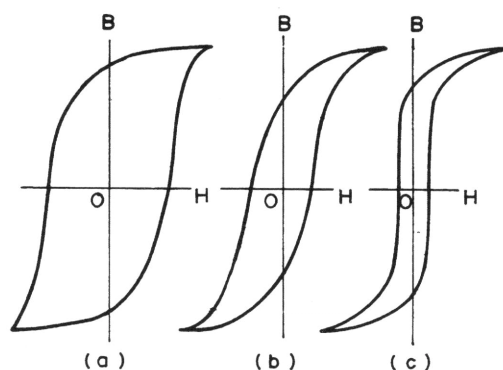


Fig. 28 - Ciclo de histerese de diversos materiais.

O aço fundido tem permeabilidade muito maior, e menor área de ciclo de histerese. Substitui o ferro fundido quando se necessita de permeabilidade elevada, ou quando a seção do núcleo deve ser reduzida (fig. 28(b)). As chapas de aço são usadas nas partes sujeitas a fluxo alternado. É necessário empregar lâminas finas para reduzir as perdas devido às correntes de FOULCALT e apresentam ciclos com pequenas áreas (figura 28 (c)). As laminas de aço são convenientes para emprego nas partes sujeitas a inversões rápidas de imantação como, por exemplo, o núcleo dos transformadores.

## 2.12 - Eletroímãs

Um eletroímã é formado por bobina de fio condutor enrolado em espiras sobre um núcleo de ferro doce, no qual se faz circular uma corrente, chamada corrente excitadora.

O efeito do núcleo é aumentar o campo magnético em virtude de grande permeabilidade do ferro ( $B = \mu H$ ).

A polaridade de um eletroímã se determina pelas regras dadas para obter a polaridade dos solenóides. Como o núcleo é geralmente de ferro doce, que retém muito pouco magnetismo depois que a corrente é interrompida, a polaridade de um eletroímã pode ser facilmente invertida mediante a inversão da corrente excitadora.

Os eletroímãs são empregados em larga escala, para todos os fins; campainhas, telefones, relês, válvulas solenóides, e acionamento de diversos sistemas.

## 2.13 - Força eletromagnética

Um condutor percorrido por corrente elétrica e colocado num campo magnético fica submetido à ação de uma força chamada eletromagnética, que tende a deslocar o condutor em certo sentido. (Figura 29).

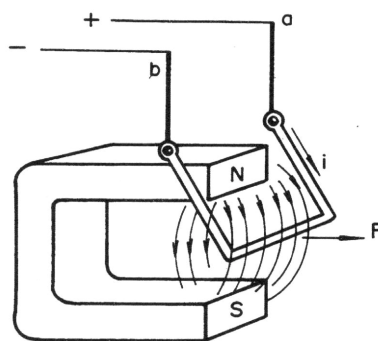


Fig . 29

a) Sentido do deslocamento da força eletromagnética

Na figura 30 (a) temos dois pólos magnéticos, N e S, e entre eles coloca-se um fio, sendo percorrido por uma corrente elétrica.

Na figura 30 (b) temos mostradas as linhas de força magnética entre os pólos N e S e as linhas produzidas pelo condutor.

Na figura 30 (c) temos mostradas as reações entre as linhas dos pólos N e S e as linhas do condutor; embora as linhas estão concentradas e acima as linhas estão em menor quantidade, fazendo com que apareça uma força de baixo para cima.

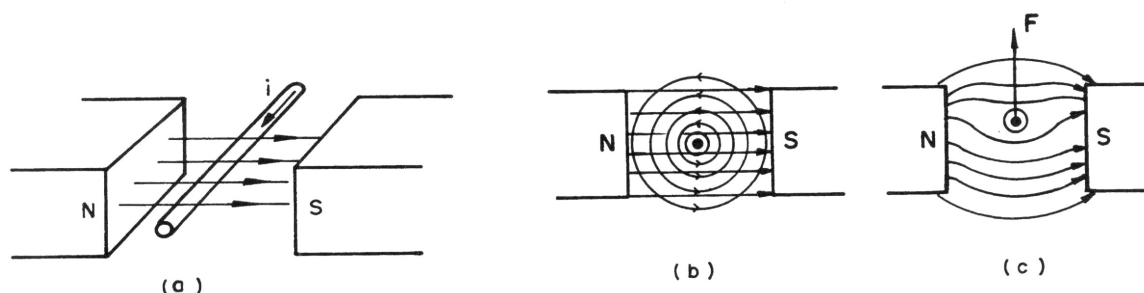


Fig. 30

O sentido da força  $F$  podemos determinar facilmente, usando a regra da mão esquerda, (figura 31).

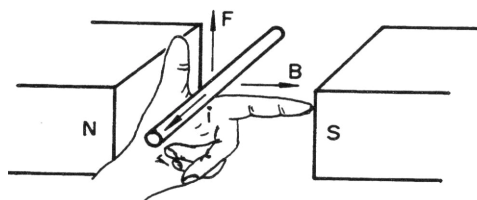


Fig. 31

Posicionando os dedos polegar, indicador e médio em  $90^\circ$  entre si. Apontando o dedo indicador no mesmo sentido das linhas de força (N----S), o dedo médio do mesmo sentido da corrente, e consequentemente o dedo polegar aponta o sentido de deslocamento da força eletromagnética.

b) Ação do campo magnético sobre um condutor quando por este há passagem de corrente elétrica. A força eletromagnética  $F$  atuando no condutor é tanto maior quanto maiores forem a densidade do fluxo magnético, a corrente elétrica  $i$  e o comprimento do condutor  $\lambda$  dentro do campo. O seu valor ainda depende do ângulo  $\theta$  que o condutor forma com as linhas de força. Na figura 32 (a) temos a força atuando no condutor, fazendo um ângulo, quando o comprimento ativo do condutor é a parte imersa no campo magnético, dado pelo módulo:

$$F = B \cdot i \cdot \lambda \cdot \sin \theta$$

Na figura 32(b) temos a força quando o condutor está perpendicular às linhas de força, dadas pelo módulo:

$$F = B \cdot i \cdot \lambda$$

Na figura 32 (c) temos o condutor paralelo às linhas de força, dado pelo módulo:

$$F=0$$

#### OBSERVAÇÃO:

Nestas condições a força  $F$  é representada perpendicularmente ao papel.



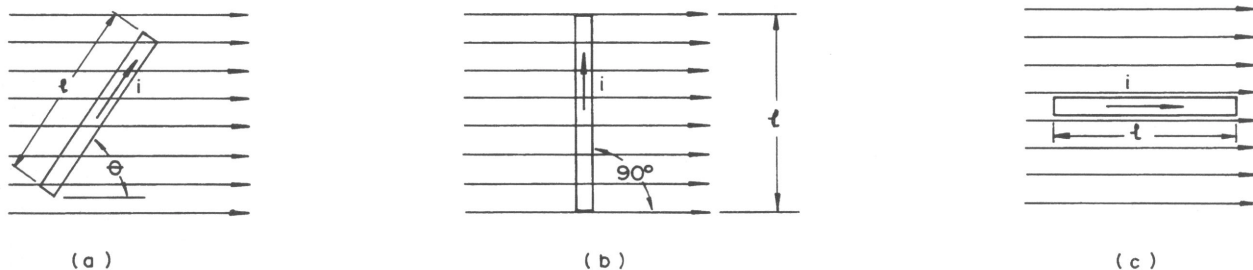


Fig. 32

Unidades:

$F$  : Força, unidade: Newton [N]

$B$  : Densidade do fluxo magnético, unidade: Tesla [T]

$i$  : Corrente elétrica, unidade: Ampère [A]

$\lambda$  : Comprimento, unidade: Metro [m]

c) Força entre dois condutores retilíneos paralelos

Calculemos a força que exercem reciprocamente dois condutores retilíneos, paralelos, afastados pela distância  $r$ .

Seja  $\lambda$ , o comprimento dos condutores,  $i_1$  e a corrente do condutor (1)  $i_2$  a do condutor (2). Calculemos a força que o condutor (1) exerce sobre o condutor (2). Figura 33.

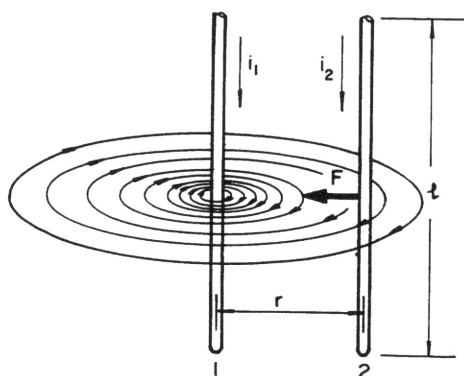


Fig. 33

O condutor (1) produz em todos os pontos do condutor (2) um campo magnético  $H$ , cujo sentido é dado pela regra da mão direita e é provocado pela corrente que atravessa o condutor (1).

Módulo:

$$H = \frac{i_1}{2\pi r} \text{ [A/M]}$$

Sabemos que  $B = \mu \cdot H = \mu_o \mu_s H$

Substituindo B e H em  $F_2 = i_2 \cdot B_1$ , resulta:

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{\mu_o \mu_s i_1 i_2}{2\pi r} \\ &= \frac{4\pi \mu_s i_1 i_2}{2\pi r} \times 10^{-7} \quad (\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}) \\ &= \frac{2\mu_s i_1 i_2 \lambda}{r} \times 10^{-7} \end{aligned}$$

Considerando  $\mu_s \cong 1$ , conclui-se:

$$F_2 = \frac{2i_1 \cdot i_2 \lambda}{r} \times 10^{-7} \text{ [N]}$$

Esta fórmula é tomada como base para definição do ampère.

Direção: perpendicular ao plano determinado por H e o condutor. Portanto, está no plano da figura  
Sentido: do condutor (2) para o condutor (1) (verificar pela regra da mão esquerda).

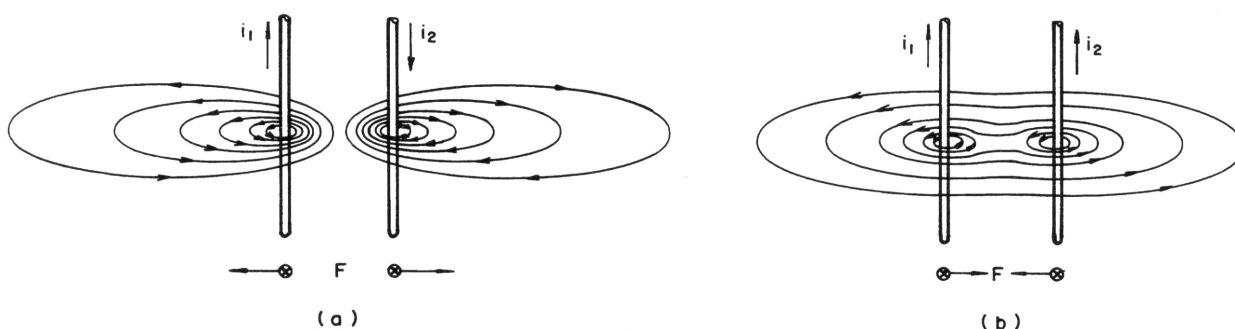


Fig. 34

Visto que as correntes criaram à sua volta campos magnéticos, compreende-se que dois condutores percorridos pela corrente devem exercer entre si ações atrativas ou repulsivas.

Com efeito a experiência mostra que:

- Duas correntes de sentidos diferentes se repelem. (Figura 34 (a)).
- Duas correntes de mesmo sentido se atraem. (Figura 34 (b)).

### 3-INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

#### 3.1 - fenômeno da indução eletromagnética

##### a) Experiência da Lei de FARADAY

Tem-se um solenóide ligado a um galvanômetro. Aproximado-se um ímã, ora num sentido, ora noutro, vê-se que o galvanômetro deslocará seu ponteiro da mesma forma, sendo que se aumentar a velocidade deste movimento a força eletromotriz induzida aumentará de valor.

Quando o ímã pára de se mover a corrente cessa (Figura 35).

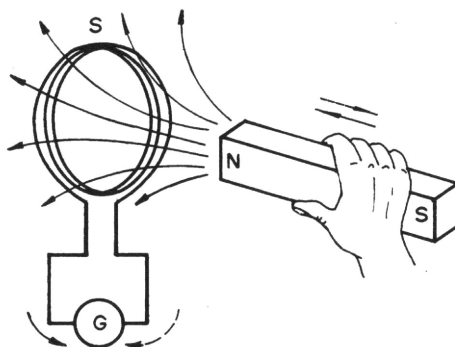


Fig. 35

A força eletromotriz que surge em um circuito por causa da variação do fluxo magnético do ímã concatenado com ele é denominada "força eletromotriz induzida".

O fenômeno em questão é denominado "indução eletromagnética", e a corrente que circula no circuito é chamada "corrente induzida". Em suma:

Enquanto variar o fluxo magnético concatenado com um circuito, este é sede de uma força eletromotriz induzida.

O sentido da f.e.m. induzida obedece à Lei de Lenz, que diz que os efeitos da força eletromotriz induzida contrariam as causas que a originam.

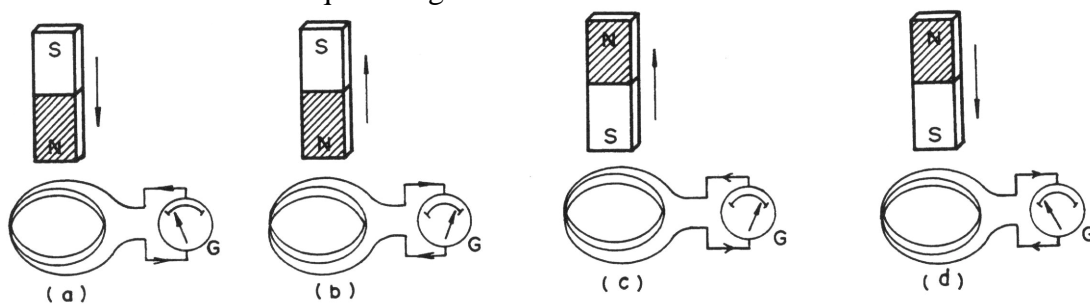


Fig. 36

A figura 36 representa o sentido da força eletromotriz induzida pelo movimento de aproximação e afastamento do ímã em relação a bobina.

Quando aproximar o pólo N do ímã, o fluxo magnético que atravessa a bobina aumenta. Neste caso, na bobina é induzida a força eletromotriz que gera o fluxo no sentido contrário ao fluxo do ímã (Figura 37(a)).

E, quando afastar o pólo N do ímã, o fluxo magnético que atravessa a bobina diminui. Neste caso, na bobina é induzida a força eletromotriz que gera o fluxo no mesmo sentido do fluxo do ímã (Figura 37(b)).

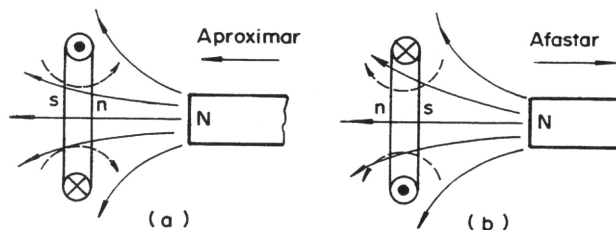


Fig. 37

#### b) Regra da mão direita

O sentido da f.e.m. induzida pode ser determinado pela regra da mão direita. Colocando-se os dedos polegar, indicador e médio perpendiculares entre si, eles indicarão os sentidos do deslocamento do condutor, fluxo magnético e f.e.m. induzida respectivamente, figura 38(a).

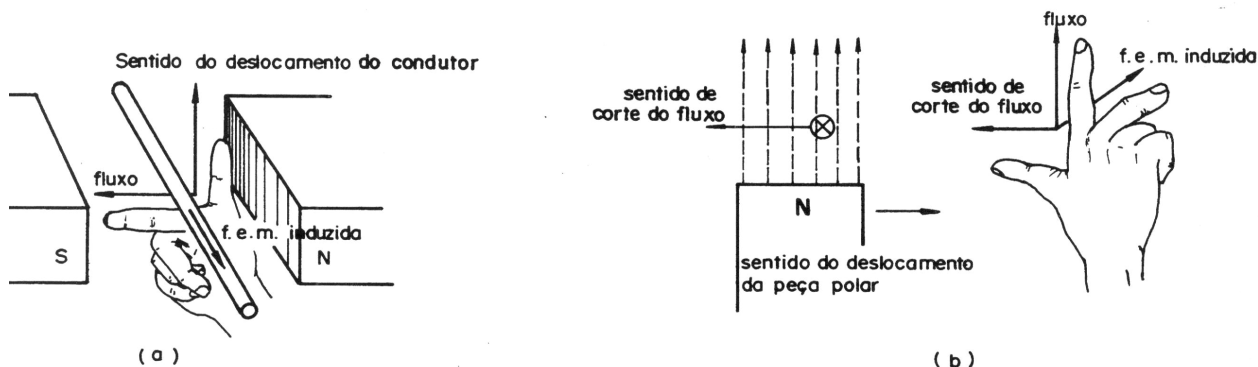


Fig. 38

No caso da figura 38(b), onde há deslocamento da peça polar, o condutor f«o corta o fluxo da peça polar no sentido contrário ao deslocamento da peça.

Aplicando a regra da mão direita, temos o dedo polegar orientado para o sentido de corte do fluxo magnético, o dedo indicador no sentido do fluxo e o médio no da f.e.m. induzida

### 3.2 - Lei de FARADAY

Sempre que houver variação do fluxo magnético concatenado com um circuito elétrico será induzida neste uma f.e.m. que estará presente por todo o intervalo de tempo em que se verificar a variação do fluxo. Esta f.e.m. é determinada pela variação do fluxo magnético na unidade de tempo:

$$e = K \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Onde:

$\Delta \theta$  : variação do fluxo magnético [wb]

$\Delta t$  : tempo [s]

$e$  : f.e.m. induzida [V]

$K$  : constante

No sistema mks quando houver a variação do fluxo magnético de 1 [wb]/1 [s] na bobina de uma espira, gera-se uma f.e.m. induzida de 1 [V], então a constante  $K$  será igual a 1.

Logo:

$$e = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Para  $N$  espiras

$$e = N \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

A f.e.m. induzida num condutor retilíneo de comprimento unitário  $e$ , que se desloca com velocidade constante  $v$ , em direção normal ao campo uniforme, de densidade de fluxo magnético  $B$  (figura 39) é definida pela regra da mão direita.

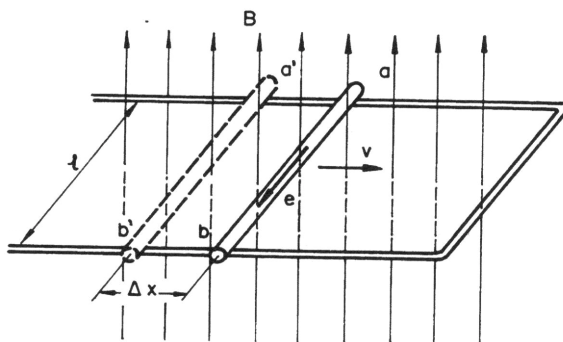


Fig . 39

O fluxo magnético concatenado com o circuito sofre, num intervalo de tempo  $\Delta t$  uma variação  $\Delta \theta$ , medida pelo produto da densidade do fluxo  $B$  e a área  $abba'$   $\Delta \theta = B \cdot \lambda \cdot \Delta x$ , isto é:

$$\Delta \theta = B \cdot \lambda \cdot \Delta x$$

Da Lei de FARADAY,

$$e = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$$

Substituindo  $\Delta \theta$ , temos:

$$e = \frac{B \cdot \lambda \cdot \Delta x}{\Delta t} \quad \text{sabemos que } v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Logo:

$$e = B \cdot \lambda \cdot v$$

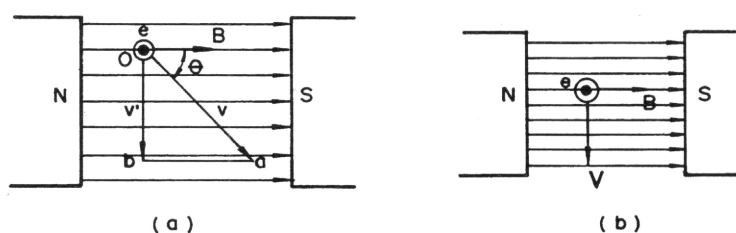


Fig . 40

Considerando o condutor da figura (40) que se desloca com velocidade constante  $v$ , numa direção que forma com o fluxo do campo magnético um ângulo  $\theta$ . O efeito da variação do fluxo produzido por tal deslocamento é equivalente ao que se obteria deslocando o condutor com a velocidade  $v' = v \sin \theta$ .

Neste caso:

$$e = B \cdot \lambda \cdot v'$$

$$v' = v \cdot \sin \theta$$

Logo:

$$e = B \cdot \lambda \cdot v \cdot \sin \theta$$

A f.e.m. induzida será máxima quando o condutor se movimentar perpendicularmente ao fluxo magnético, figura 40 (b).

#### 4 - AUTO-INDUTÂNCIA

Já estudamos que quando há variação do fluxo magnético induz-se uma f.e.m. em um solenóide. Variando-se a corrente  $i$ , variará também o fluxo e conseqüentemente surge uma f.e.m. induzida no mesmo circuito; este fenômeno chama-se Auto-indução, figura 41.

Pela Lei de FARADAY, o sentido da f.e.m. induzida faz oposição a variação da corrente. Aumentando a corrente, induz-se uma f.e.m. no sentido oposto a ela.

Diminuindo a corrente, induz-se uma f.e.m. no mesmo sentido.

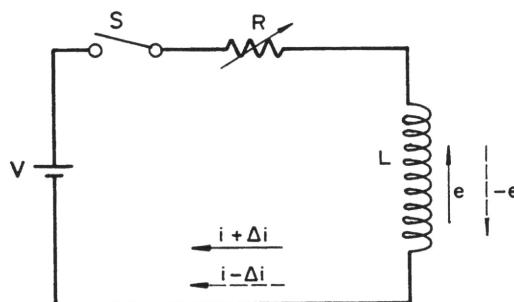


Fig. 41

Em um espaço de tempo  $\Delta t$  temos a variação da corrente  $\Delta i$  correspondente a  $n$  variação do fluxo  $\Delta \theta$ , que é dado por:

$$N\Delta\theta = \lambda \Delta i$$

Onde  $N$  é o número de espiras.

A relação entre a variação do fluxo  $\Delta \theta$  e a variação da corrente  $\Delta i$  em um solenóide, é dado pelo coeficiente  $L$ , chamado de auto indutância, ou genericamente, indutância

Sabemos que:

$$e = N \frac{\Delta \theta}{\Delta t}, \text{ logo: } e = L \frac{\Delta i}{\Delta t}, \text{ transformando-se temos:}$$

$$L = \frac{e}{\Delta i / \Delta t}$$

Sendo:

$L$  : indutância, [H] (lê-se Henry)

$e$  : tensão induzida através da bobina [v]

$\Delta i / \Delta t$  : taxa de variação da corrente [A/s]

1 Henry é a quantidade de indutância que permite uma indução de 1 volt quando a corrente varia na razão de um ampère por segundo.

## 5-INDUTORES

Indutor é um componente que possui auto-indutância, geralmente é constituído de fio condutor enrolado sobre material ferromagnético.

O indutor é aplicado em Eletricidade e Eletrônica em forma de bobinas usadas em transformadores, circuitos de sintonias, geradores, motores, etc. (figura 42). Da mesma forma que temos capacitores e resistores, não existem indutores de todos os valores, deste modo, teremos que associá-los de maneira adequada para termos valores desejados.



Fig. 42

### 5.1 - Associação de Indutores em série

Seja uma associação de três indutores (figura 43).

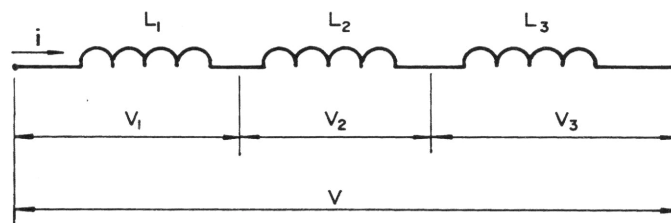


Fig. 43

Aplicando-se a tensão  $V$ , ela se dividirá nas tensões parciais  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  de tal forma que:

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Sabendo-se que a tensão nos extremos de um indutor é dada por  $V = \frac{L \Delta i}{\Delta t}$ , e que  $\frac{\Delta i}{\Delta t}$

neste caso é a mesma em todos os indutores, pode-se escrever:

$$L \Delta i / \Delta t = L_1 \Delta i / \Delta t + L_2 \Delta i / \Delta t + L_3 \Delta i / \Delta t$$

Dividindo-se ambos os membros por  $\Delta i / \Delta t$ , vem:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 [H],$$

Onde:

$L$  : indutância da associação

$L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  : indutâncias parciais

Conclusão: A associação de indutores em série pode ser calculada da mesma forma que associação de resistores em série, já visto anteriormente.



## 5.2 - Associação de Indutores em paralelo

Todas as condições feitas para associação em série são válidas para associação em paralelo. Figura 44.

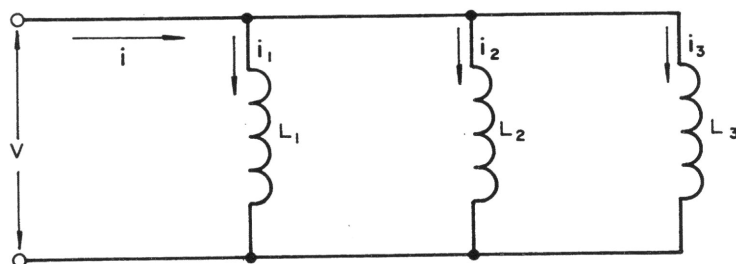


Fig. 44 - Indutores em paralelo

Pode-se escrever:

$$\Delta i = \Delta i_1 + \Delta i_2 + \Delta i_3, \text{ mas sabe-se que:}$$

$$V = L \frac{\Delta i}{\Delta t}, \text{ portanto}$$

$$V \cdot \Delta t = L \Delta i \therefore \Delta i = \frac{V \Delta t}{L}$$

Podemos então dividir ambos os membros por  $V \Delta t$ , logo:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}.$$

$$L = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}}.$$

Se a associação for apenas de dois indutores, pode-se usar a fórmula que é mais simplificada.

$$L = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} [\text{H}]$$

Conclusão:

A associação de indutores em paralelo pode ser calculada da mesma forma que a associação de resistores em paralelo, já visto anteriormente.

## 6 - INDUTÂNCIA MÚTUA

Quando a corrente numa bobina varia, esse fluxo variável pode interceptar outra bobina localizada na vizinhança, induzindo assim, tensão em ambas.

Quando uma corrente variável atravessa a bobina primária P, gera-se uma f.e.m. induzida  $e_2$  na bobina secundária S e entre as duas bobinas surgirá a indutância mútua M.

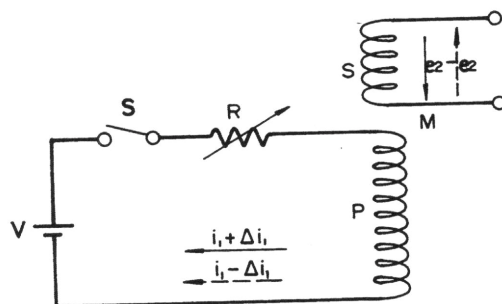


Fig. 45

Sabemos que a corrente  $i_1$  na bobina P, varia  $\Delta i_1$ , em um tempo  $\Delta t$ , também variará o fluxo  $\Delta \theta_m$ .

$$e_2 = N_2 \frac{\Delta \theta_m}{\Delta t}$$

Temos:

$$N_2 \Delta \theta_m = M \Delta i_1$$

Substituindo em  $e_2$ ,

$$e_2 = M \frac{\Delta i_1}{\Delta t}, \text{ logo: } M = \frac{e_2}{\frac{\Delta i_1}{\Delta t}}$$

M : indutância mútua [H]

$i_1$  : corrente na bobina P [A]

$\theta_m$  : fluxo através da bobina S, [wb]

$e_2$  : tensão induzida na bobina S, [V]

M depende do número de espiras, disposição, forma e permeabilidade do núcleo das bobinas P e S, e independe de intercambialidade entre as bobinas, pois o valor de M é próprio entre elas.

Em um circuito acoplado magneticamente, existe uma relação de acoplamento magnético, dada por k, denominado coeficiente de acoplamento, e a indutância mútua será dada por  $M = k \sqrt{L_1 \cdot L_2}$ , onde  $k < 1$ .

## 6.1 - Ligação em série de bobinas que possuem Indutância mútua

### a) Ligação em série aditiva

Quando uma corrente variável circula pela associação série aditiva de duas bobinas P e S, surgirá um fluxo magnético  $\theta_1$ , na bobina P que induzirá na bobina S um fluxo concatenado  $\theta_m$ . Por sua vez, a bobina S produzirá um fluxo magnético  $\theta_2$ , que também induzirá um fluxo concatenado  $\theta_m$  na bobina P. A bobina P tem um número de espiras dado por  $N_1$  e auto-indutância  $L_1$  e analogamente a bobina S com  $N_2$  e  $L_2$ .

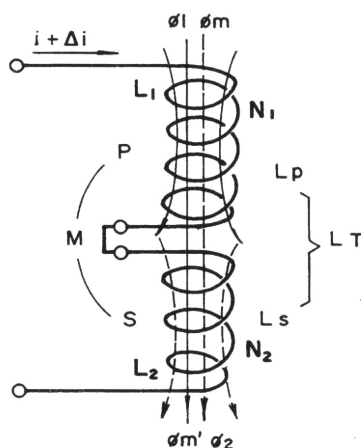


Fig. 46

Sendo que na bobina P existirá um fluxo resultante  $\theta_1 + \theta_m$  e na bobina S, um fluxo resultante  $\theta_2 + \theta_m$ .

Considerando-se as indutâncias virtuais de cada bobina,  $L_p$  e  $L_s$ , a indutância total do circuito será  $L_T = L_p + L_s$ .

$$L_p = \frac{N_1 (\Delta \theta_1 + \Delta \theta_m)}{\Delta i} \quad \therefore \quad L_p = \frac{N_1 \Delta \theta_1}{\Delta i} + \frac{N_1 \Delta \theta_m}{\Delta i}$$

Sabemos que:

$$L_1 = \frac{N_1 \Delta \theta_1}{\Delta i} \quad eM = \frac{N_1 \Delta \theta_m}{\Delta i}, \text{ logo substituindo em } L_p.$$

$$L_p = L_1 + M$$

A indutância virtual na bobina S será:

$$L_s = \frac{N_2 (\Delta \theta_2 + \Delta \theta_m)}{\Delta i} \quad \therefore \quad L_s = \frac{N_2 \Delta \theta_2}{\Delta i} + \frac{N_2 \Delta \theta_m}{\Delta i}$$

Logo:

$$L_s = L_2 + M$$

Onde:

$$L_T = L_p + L_s$$

$$= L_1 + M + L_2 + M$$

$$\therefore L_T = L_1 + L_2 + 2M$$

b) Ligação em série substrativa

Quando uma corrente variável circula pela associação série subtrativa de duas bobinas P e S, surgirá um fluxo magnético  $\Phi_1$ , na bobina P, que induzirá na bobina S um fluxo concatenado.

Por sua vez, a bobina S produzirá um fluxo concatenado  $\Phi_m$  na bobina P de sentido contrário de  $\Phi_1$ . A bobina P tem um número de espiras dado por  $N_1$  e auto indutância  $L_1$ , e analogamente a bobina S com  $N_2$  e  $L_2$ .

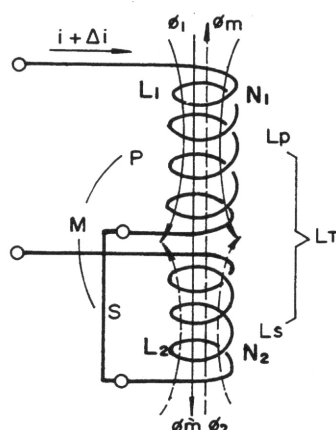


Fig. 47

Na bobina P existirá um fluxo resultante  $\Phi_1 - \Phi_m$  e na bobina S um fluxo resultante  $\Phi_2 - \Phi_m$ . A indutância virtual no caso das bobinas conectadas em série substrativa será:

$$L_p = \frac{N_1 (\Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_m)}{\Delta i} \quad \therefore \quad L_p = \frac{N_1 \Delta\Phi_1}{\Delta i} - \frac{N_1 \Delta\Phi_m}{\Delta i}$$

Onde:

$$L_p = L_1 - M$$

$$L_s = \frac{N_2 (\Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_m)}{\Delta i} \quad \therefore \quad L_s = \frac{N_2 \Delta\Phi_2}{\Delta i} - \frac{N_2 \Delta\Phi_m}{\Delta i}$$

Onde:

$$L_s = L_2 - M$$

Logo:

$$L_T = L_p + L_s$$

$$= L_1 - M + L_2 - M$$

$$\therefore L_T = L_1 + L_2 - 2M$$

## ELETROSTÁTICA

### 1 - ELETRICIDADE ESTÁTICA

#### 1.1 - Eletricidade por fricção

Quando duas substâncias não condutoras (isoladoras) são friccionadas uma contra a outra, uma eletricidade é gerada. Neste tempo um será positivo e outro será negativo, ocasionado pela eletricidade gerada nas substâncias.

Entretanto, a eletricidade positiva ou negativa é determinada pelo tipo de substância.

Por exemplo:

Quando dois tipos de substâncias são friccionados, os de ordem menor são carregados positivamente e os de ordem maior são carregados negativamente.

**(1) Pelo (2) Mica (3) Vidro (4) Papel (5) Madeira (6) Metal (7) Ácido Sulfúrico (8) Ebonite.**

Quando a diferença na ordem é grande, a quantidade de carga se torna bem maior e a eletricidade produzida por este caminho é chamada de eletricidade por fricção. A ordem de carregamento em relação à carga de eletricidade estática acima, é chamada de série de eletricidade de fricção.

#### 1.2 - Indução eletrostática

Na figura 1, quando A, um metal e uma substância B, carregado positivamente, se aproximam uma eletricidade negativa aparece em A, na superfície do lado esquerdo, próximo ao corpo carregado B e a eletricidade positiva aparece na superfície do lado oposto. Concluímos que, aproximando um corpo carregado a um outro corpo neutro, uma eletricidade pode ser induzida neste corpo.

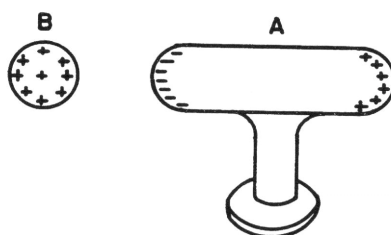


Fig. 01

A eletricidade produzida no corpo A é diferente da eletricidade do corpo carregado B, próximo a ele.

Quando o corpo B é deslocado, distanciando-se do corpo A, o corpo A retorna ao seu original estado neutro. Este fenômeno é chamado de indução eletrostática.

### 1.3 - Lei de COULOMB

Quando duas esferas de vidro são friccionadas com um pedaço de seda, as esferas repelem-se uma a outra e atraem o pedaço de seda. As esferas de vidro são carregadas positivamente e o pedaço da seda é carregado negativamente. Temos visto que cargas do mesmo tipo são repulsivas e cargas de tipos diferentes são atrativas.

A atração e repulsão de forças geradas entre cargas foram determinadas pelo físico Francês COULOMB em 1785. A experiência de COULOMB está demonstrada pelo dispositivo da figura 2(a).

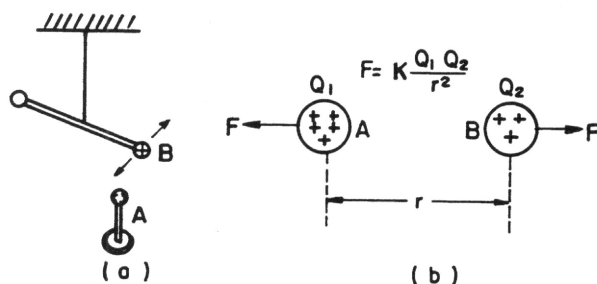


Fig. 02

Ele mediu a força elétrica gerada entre dois corpos carregados positivamente. O corpo A ao se aproximar do corpo B, ocorre um deslocamento. Desta observação enunciou a Lei que tem o seu nome.

A figura 2(b) mostra a direção da força gerada entre dois corpos carregados na mesma reta suporte, e a distância entre os diâmetros é diretamente proporcional ao produto da quantidade de cargas e inversamente proporcional ao quadrado das distâncias entre elas.

Esta relação é chamada de Lei de COULOMB. Nominalmente se duas cargas pontuais, chamadas de  $Q_1$  [C] e  $Q_2$  [C] separadas uma da outra por  $r$  (m); a força gerada entre elas será expressa por:

$$F = K \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad [\text{N}] \quad (1)$$

Onde K é a constante de proporcionalidade. No vácuo:  $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cong 9 \times 10^9$  (2)

$\epsilon_0$  (EPSILON zero) é chamada de permeabilidade no vácuo ( $8,555 \times 10^{-12}$  [F/m])

Substituindo (1) em (2):

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 9 \times 10^9 \frac{Q_1 Q_2}{r^2} (\text{N}) \quad (3)$$

Agora, se duas cargas pontuais são colocadas no vácuo a uma distância de 1m, a força gerada entre elas será:  $9 \times 10^9$  N.

A equação (3) é válida apenas no vácuo. Mesmo se a carga é da mesma natureza e colocada na mesma distância, a força gerada entre elas será diferente em função do tipo de meio.

Se entre os corpos carregados existe um isolador (também chamado dielétrico), a equação (3) será:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \xi_o \xi_s r^2} = 9 \times 10^9 \frac{Q_1 Q_2}{\xi_s r^2} \text{ (N)}$$

A força é  $1/\xi_s$  menor do que no vácuo.

O " $\xi_s$ " é chamado de rigidez dielétrica específico do material e difere para cada tipo de material. A tabela 1, mostra a rigidez dielétrica de vários materiais.

$\xi = \xi_o \xi_s$ , é chamado constante dielétrica do material.

TABELA 1 - Rigidez dielétrica

Substância	Rigidez Dielétrica	Substância	Rigidez Dielétrica	Substância	Rigidez Dielétrica
Vácuo	1	Mica	5 - 8	Óleo transform.	2,2 - 2,4
Ar	1,000 59	Madeira	2,5 - 7	Óleo	2,2 - 2,3
Oxigênio	1,000 55	Papel	2 - 2,5	Água	81,56
Hidrogênio	1,000 26	Porcelana	aprox. 6	Óxido de Titân	100
Ebonite	2,7 - 2,9	Borracha	2,9	Álcool	25 - 33
Parafina	1,9 - 2,9	Shellack	2,7 - 3,7	Baquelite	5 - 10
Vidro	4	Verniz	5 - 6	Silicone	8
		Isolador			

Se a constante dielétrica é usada, a Lei de COULOMB é expressa pela equação (5) na qual é substituímos  $\xi_o \xi_s$  por  $\xi$ .

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \xi_o \xi_s r^2} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \xi r^2} \quad (5)$$

Exercício 1:

Duas pequenas bolas metálicas são colocadas no vácuo, a uma distância de 10 cm entre os centros das bolas. As cargas destas bolas são:  $1,7 \times 10^{-9}$  [C] e  $-3,3 \times 10^{-9}$  [C] Qual é a força gerada entre as bolas?

Solução:

De acordo com a equação (3) temos:

$$F = 9 \times 10^9 \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{1,7 \times 10^{-9} \times (3,3) \times 10^{-9}}{(0,1)^2} = 5 \times 10^{-6} \text{ [N]}$$

Logo:

A força de atração é de  $5 \times 10^{-5}$  [N].

#### 1.4 - Campo elétrico

No parágrafo 3, estudamos que a força é gerada entre dois corpos carregados.

Quando um corpo carregado (figura 3) é substituído, uma força elétrica é gerada em : corpo.

O espaço ocupado por esta força elétrica é chamado campo elétrico. Quando a q deste corpo é fixa, este campo elétrico é chamado de campo eletrostático.

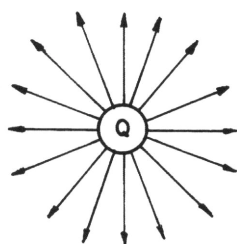


Fig. 03

Quando a unidade de carga positiva +1 [C] está sob ação de uma carga pontual em um campo elétrico, a quantidade da força atuando sobre a unidade de carga de intensidade de campo elétrico e a direção da força sobre ela é definida como direção do campo elétrico neste ponto.

Geralmente, a intensidade do campo elétrico é expressa pelo símbolo E e a direção por uma seta.

Na figura 4, quando uma carga atual de +1 [C] colocada no ponto P a uma distância r[m] da carga de +Q[C] a intensidade do campo elétrico no vácuo, pode ser obtida calculando a força que atua sobre a carga:

$$E = \frac{Q \times 1}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 9 \times 10^9 \frac{Q}{r^2} \text{ [V/M]} \quad (6)$$

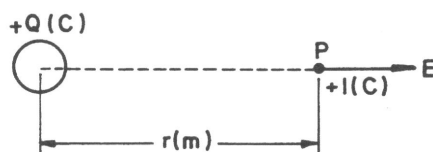


Fig. 04

A intensidade do campo é definido pela unidade N/C, mas atualmente usa-se a unidade V/m.



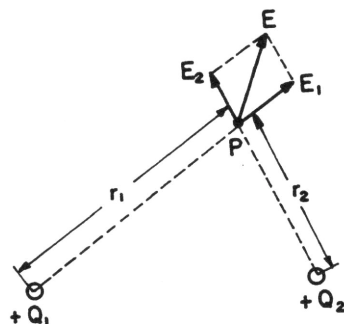


Fig. 05

A figura 5, mostra o campo elétrico E resultante de duas cargas  $+Q_1$  e  $+Q_2$  em um ponto em P arbitrário.

Aqui deve-se notar que  $E_1$  e  $E_2$  são vetores quantitativos, e a intensidade do campo E, pode ser obtida como vetor resultante.

O campo elétrico de mais de duas cargas também pode ser obtido da mesma maneira.

Exercício 2:

Existem duas cargas de  $+Q$  [C] e  $-Q$  [C] nos pontos A e B a uma distância de R [m] no vácuo. Calcule intensidade de campo no ponto P a uma distância de r [m] de A e B, sendo  $R > r$ .

Solução:

O campo elétrico gerado por  $+Q$  [C] no ponto P é determinado por  $E_A$ , e por  $-Q$  [C] é determinado por  $E_B$ :

$$E_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ [V/m]}$$

$$E_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 (R-r)^2} \text{ [V/m]}$$

Entretanto, o campo elétrico resultante E no ponto P é expresso da seguinte forma:

$$E = E_A + E_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r^2} + \frac{1}{(R-r)^2} \right] \text{ [V/m]}$$

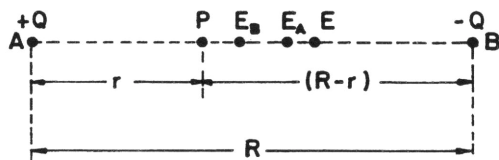


Fig. 06

### 1.5 - Linha de força elétrica

Na figura 7, mostra-se a distribuição de linhas de força quando existem uma ou várias cargas elétricas. As linhas de força elétricas tem as seguintes propriedades:

- a) A direção é tangente, desenhada a partir de um ponto arbitrário da linha indicando a intensidade de campo deste ponto.
- b) As linhas de forças elétricas se tornam positivas quando saem e negativas quando entram num corpo.

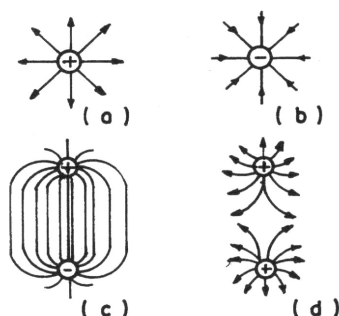


Fig. 07

- c) A densidade das linhas de força elétrica em um ponto qualquer é indicada pela intensidade de campo neste ponto
- d) A linha de força elétrica tem percurso elástico.
- e) Duas linhas de força elétrica nunca se cruzam.
- f) A linha de força elétrica nunca forma uma curva fechada.
- g) A linha de força elétrica vai do maior para o menor potencial.
- h) A linha de força elétrica penetra e sai verticalmente contra a superfície condutor.

### 1.6 - Raio

Em 1752, FRANKLIN provou experimentalmente com uma "pipa" que o raio era uma descarga elétrica ocasionado pelo atrito de nuvens com ar, se carregando eletricamente e descarregando violentamente (figura 8). Analisando a figura 8, temos no caso cargas positivas localizadas na parte superior e as cargas negativas na parte inferior da nuvem. Quando estas nuvens se aproximam da superfície da terra, por indução eletrostática, cargas contrárias são introduzidas da nuvem para a terra e se esta quantidade de cargas (negativas e positivas) forem de grande quantidade, haverá quebra de isolamento do ar e finalmente ocorrerá a descarga elétrica entre a nuvem e a terra. Este fenômeno não ocorre somente entre a nuvem e a terra mas também entre as nuvens. O trajeto da descarga geralmente é de 1 a 5 km, e a tensão é estimada de 0,2 a 1 [MV]. Concluindo que um raio é um fenômeno natural gerado do resultado de um tipo de indução eletrostática de grande escala.

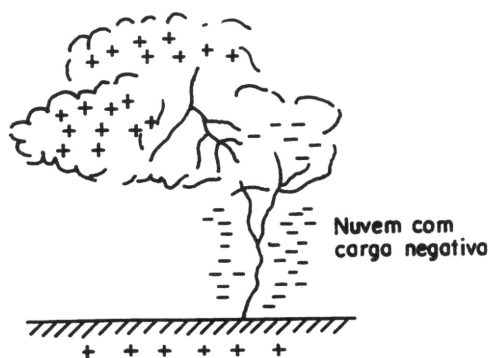


Fig. 08

### 1.7 - Detetor de tensão (eletroscópio)

O detetor de tensão é um simples dispositivo usado para checar a existência de tensão ou determinar se as cargas são positivas ou negativas.

A figura 9 mostra a estrutura de um eletroscópio de lâminas. Um tarugo metálico é inserido numa garrafa de vidro. Duas lâminas A e B, retangulares, são fixadas no tarugo de tal forma que fiquem opostas entre si. Um disco metálico é conectado na parte superior do tarugo, externamente.

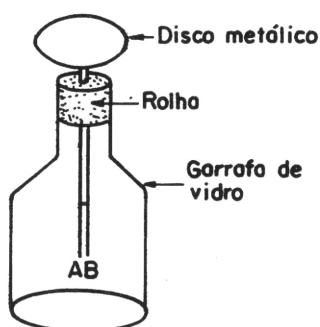


Fig. 09

Vemos na figura 10(a), quando um corpo carregado negativamente é aproximado ao disco metálico, cargas positivas são geradas nas lâminas por indução eletrostática. Então, entre as lâminas A e B haverá repulsão e as lâminas se afastarão. Quando o disco é tocado com os dedos, figura 10(b), a carga negativa gerada nas lâminas fluirá para a terra através do corpo humano e as lâminas se fecharão. Nessa situação, as cargas negativas do corpo carregado são removidas, as cargas positivas são limitadas na superfície do disco, liberadas e transmitidas para as lâminas e estas se abrem (figura 10(c)).

Um corpo carregado pode ser detectado, aproximando um disco metálico do eletroscópio. Se o corpo carregado tem cargas positivas, as lâminas abrirão totalmente (figura 10(d)). Se o corpo carregado tem cargas negativas as lâminas fecharão (figura 10(e)).

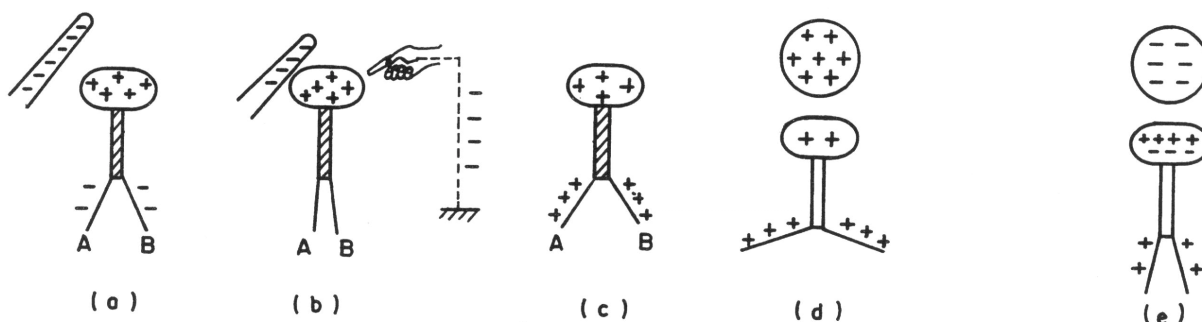


Fig. 10

### 1.8 - Polarização de dielétrico

Como sabemos, os átomos que formam o dielétrico são eletricamente neutros, entretanto o comportamento destes átomos varia quando submetido a uma ação elétrica externa.



Fig. 11

Na figura 11, quando um átomo é colocado em um campo elétrico, os elétrons destes átomos movem na direção oposta, e o núcleo se move na mesma direção do campo (isto é chamado de deslocamento). O átomo polarizado figura 11 (c) é chamado de dipolo elétrico.

Quando o dielétrico é colocado em um campo elétrico, todas as cargas positivas que formam o dielétrico se deslocam na direção deste campo e as cargas negativas se deslocam em oposição a esse mesmo campo. Resultado: o dielétrico é polarizado negativamente em ambas as superfícies.



Fig. 12

### 1.9 - Potencial e Diferencial de Potência

Na figura 13, um corpo de peso  $W$ , parado, suspenso por um fio, está a uma distância  $h$  do solo, e a ação da gravidade atua sobre ele. Entretanto, para mantê-lo em equilíbrio temos que ter a força  $F$  equivalente ao seu peso  $W$ .

Neste caso, se a massa desse corpo é  $M$  e a aceleração da gravidade é  $g(9,8 \text{ m/s}^2)$  o corpo  $W$  é considerado como tendo energia potencial de  $mgh$ . Da mesma forma uma energia elétrica potencial pode ser considerada em um campo eletrostático.

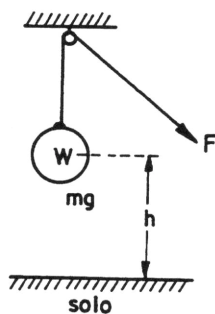


Fig. 13

Na figura 14, a esfera do raio  $R$ , com uma carga de  $+Q[C]$  é focada no vácuo. A intensidade do campo  $E_p$  no ponto  $P$  de carga  $+1 [C]$  é expresso do seguinte modo:

$$E_p = \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \quad [V/m]$$

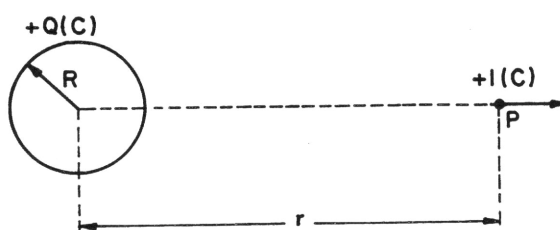


Fig. 14

Quando a distância  $R$  é modificada, o potencial também se altera, figura 15.

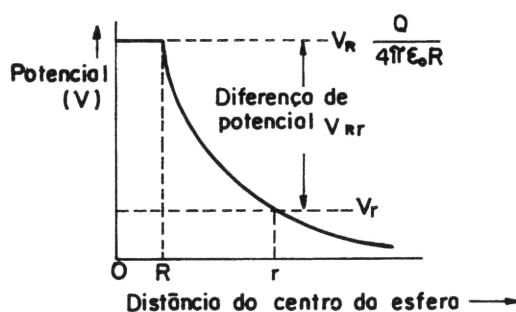


Fig. 15

Se a diferença de potencial assumir os valores  $V_{Rr}$  temos:

$$V_{Rr} = V_R - V_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} (1/R - 1/r) \text{ [V]}$$

O potencial da esfera carregada de  $+Q[C]$  tem sido considerado como acima. No caso de um corpo carregado de  $-Q[C]$ , o sinal negativo é dado para o potencial obtido. Quando cargas de  $+Q[C]$  e  $-Q[C]$  estão em placas paralelas A e B, colocadas a uma distância  $d[m]$  (figura 16), um campo elétrico  $E[V/m]$  é gerado entre estas placas.

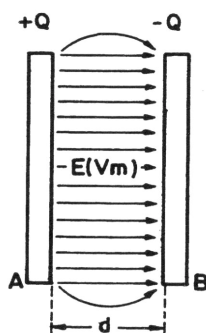


Fig. 16

A diferença de potencial entre A e B é igual a quando as cargas são unitárias de  $+1 [C]$ . Se as cargas estiverem distantes  $d[m]$  da superfície das placas, elas estarão submetidas a uma força  $E[N]$  e o trabalho será de  $E.d$ . Entretanto, se a diferença de potencial é  $V[V]$ :

$$V = E.d. \therefore E = \frac{V}{d} \text{ [V/m]}$$

Esta equação indica a força do campo  $E$ , expressa pela unidade de  $[V/m]$ . Usa-se a unidade  $[V/m]$  para indicar a intensidade do campo baseada nesta relação`

### 1.10 . Superfície equipotencial

A união de todos os pontos de igual potencial em campo elétrico forma uma superfície chamada equipotente (figura 7)

A superfície equipotencial tem as seguintes propriedades.

- 1 - Duas superfícies com diferentes potenciais nunca se atravessam.
- 2 - Uma linha de força elétrica cruza retangularmente com uma superfície equipotencial.
- 3 - A intensidade do campo será tão mais forte, quanto a distância entre as superfícies equipotenciais for menor.
- 4 - A superfície de um condutor é uma superfície equipotencial.
- 5 - O potencial da terra é considerado superfície equipotencial valor zero.

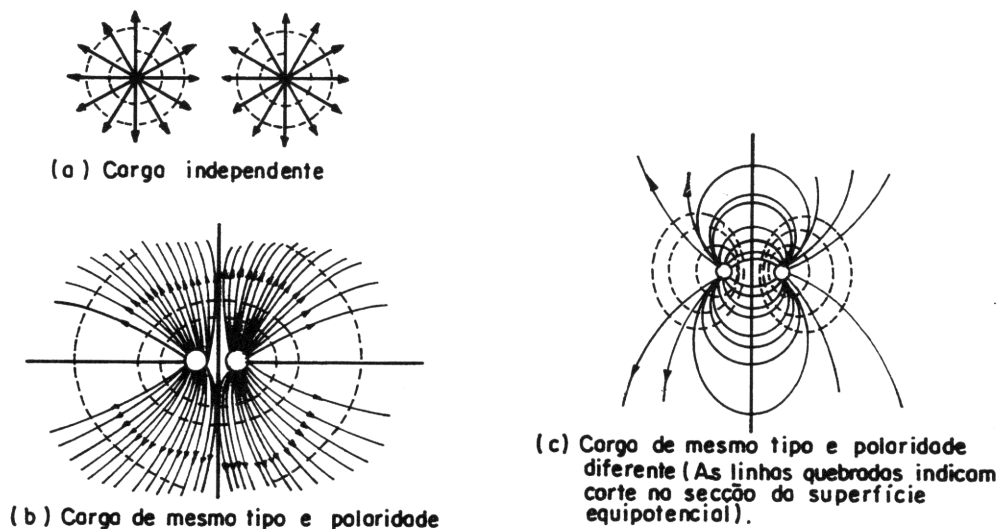


Fig. 17

**Exercício 3:**

Calcular o potencial na superfície de uma esfera de 5 cm de raio quando nela é aplicada a carga de  $5 \times 10^{-9}$  [C], no vácuo.

**Solução:**

De acordo com a expressão:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} = 9 \times 10^9 \frac{Q}{r} = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-9}}{5 \times 10^{-2}} = 9 \times 10^2 \text{ [V]}$$

O potencial em um ponto, criado por diversos corpos carregados, pode ser obtido por adição dos potenciais em cada corpo. O potencial não tem direção (é chamado de potencial e não é um vetor). O cálculo é simplesmente uma soma algébrica.

Na figura 18 se temos os potenciais no ponto P,  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  criados pelas cargas  $Q_1$  [C],  $Q_2$  [C] e  $Q_3$  [C], o potencial V neste ponto se expressará como:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \frac{Q_3}{r_3} \right)$$

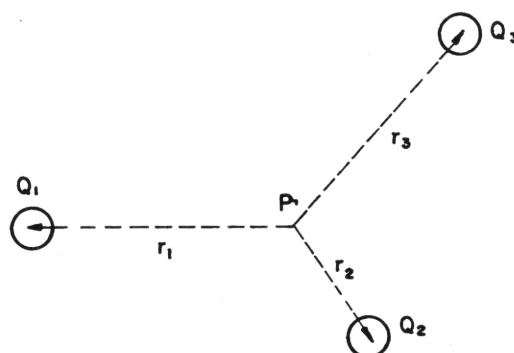


Fig. 18

### 1.11 - Blindagem eletrostática

Quando o condutor A carregado positivamente é colocado na cavidade vazada do condutor C, figura 19(a), cargas aparecem na superfície de C, de acordo com a indução eletrostática. Entretanto, o condutor B colocado fora de C é submetido à indução eletrostática causada pela carga da superfície externa de C. Se o condutor C é conectado para a terra, figura 19(b), as cargas positivas na superfície externa de C se transmitem através do fio e fluem para a terra; o potencial se toma zero, se igualado ao potencial da terra, e desaparece a indução eletrostática atuando sobre o condutor B.

Concluindo, fazendo que os condutores A e B não fiquem relacionados eletrostaticamente temos o que chamamos de uma blindagem.

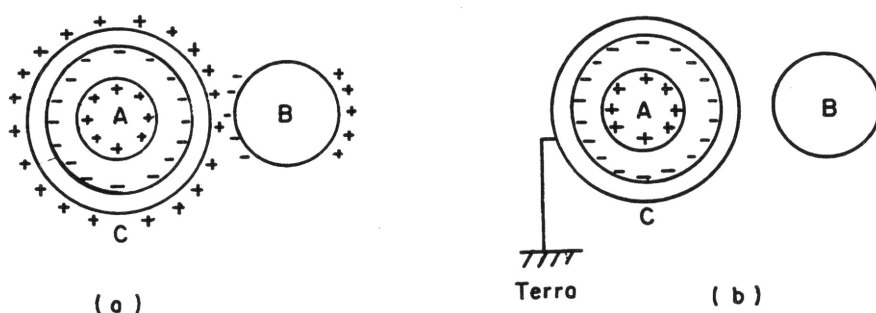


Fig. 19

## 2 - CAPACIDADE ELETROSTÁTICA



Uma esfera condutora ou duas placas condutoras colocadas em paralelo tem a propriedade de armazenar cargas elétricas. A quantidade de cargas armazenadas será diferente dependendo das dimensões ou formas dos condutores.

A capacidade eletrostática é definida como propriedade do condutor em armazenar cargas elétricas. Quando um condutor é independente, o potencial poderá ser  $V[V]$  resultando da aplicação da carga  $+Q[C]$ . Para este condutor existe uma relação proporcional entre a carga  $Q[C]$  e o potencial  $V[V]$  que é expresso no seguinte:

$$Q = C V [C] \therefore C = \frac{Q}{V} [F]$$

A constante  $C$ , é chamada de capacidade eletrostática do condutor e expressa pela unidade FARAD(F). Se um condutor armazena a carga de 1 [C], quando 1 [V] é aplicado, a capacidade eletrostática deste condutor é 1[F].

Praticamente 1 [F] é bastante grande e os submúltiplos MICROFARAD [ $\mu F$ ] e pico FARAD [pF] são usados:

$$1 [\mu F] = 10^{-6} [F]$$

$$1 [pF] = 10^{-6} [\mu F] = 10^{-12} F$$

Na figura 20 vamos considerar a capacidade eletrostática de um condutor esférico de raio  $R[m]$ , colocado no vácuo. Se a carga de  $+Q[C]$  é aplicada neste condutor o potencial na superfície do condutor é expresso de acordo com a equação:

$$V = \frac{Q}{4 \pi \xi_0 R} [V]$$

A capacidade eletrostática  $C$  é expressa de acordo com a equação:

$$C = \frac{Q}{V} = 4 \pi \xi_0 R = \frac{1}{9 \times 10^9} R [F]$$

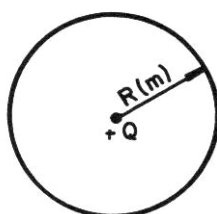


Fig. 20

Na figura 21, se dois condutores de áreas  $S[m^2]$  estão em paralelo a uma distância de  $d[m]$  opostos no ar, e cargas de  $+Q[C]$  são aplicadas nestas placas A e B, a intensidade do campo  $E[V/m]$  entre essas placas é calculada da seguinte forma:

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \quad [V/m]$$

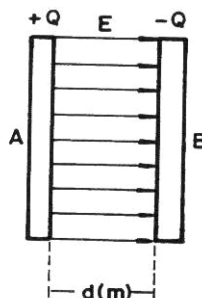


Fig. 21

A diferença de potencial  $V[V]$  entre estes eletrodos é calculada da seguinte forma:

$$V = E \cdot d [V]$$

Entretanto,

$$V = \frac{Q \cdot d}{\epsilon_0 S}$$

De acordo com a equação:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad [F]$$

Na figura 22, quando um dielétrico (isolador) cuja capacidade específica  $\xi S$  é inserida entre as placas dos eletrodos, a capacidade eletrostática será:

$$C = \xi S \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad [F] = \xi \frac{S}{d} \quad [F]$$

$$C = \epsilon S \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad [F] = \epsilon \frac{S}{d} \quad [F]$$

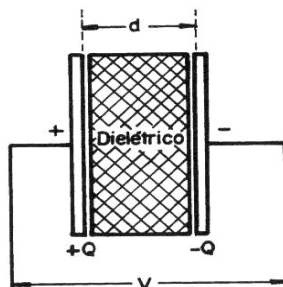


Fig. 22

Exercício:

Calcular a quantidade de cargas armazenadas quando 200V são aplicados em dois eletrodos planos com a capacidade eletrostática de 0,02 [  $\mu\text{F}$ ].

Solução:

$$Q = 0,02 \times 10^{-6} \times 200 = 4 \times 10^{-6} \text{ [C]}$$

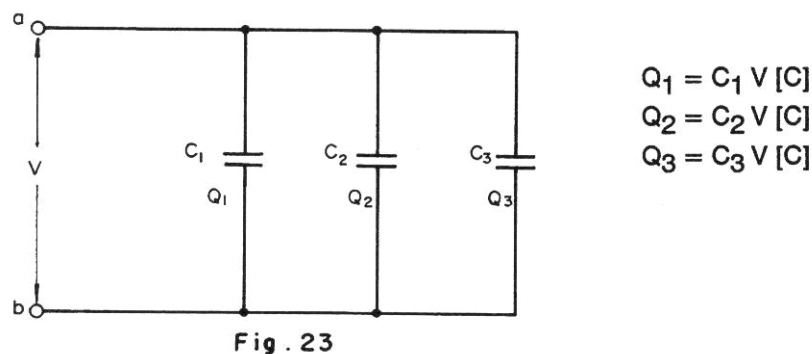
### 3 - ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES

O componente fabricado para se obter capacidade eletrostática é nado capacitores significa ligá-los entre si de maneira conveniente.

Os capacitores podem ser associados em série, paralelo ou misto.

#### 3.1-Associação em paralelo

A conexão de capacitores com capacidades de  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  [F], mostradas na figura 23 é chamada de associação em paralelo. Desde que as tensões aplicados em cada capacitor são as mesmas, as quantidades de cargas armazenadas em cada capacitor será expressa:



A quantidade total  $Q$ , vinda da fonte de alimentação é expressa por:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

$$Q = V(C_1 + C_2 + C_3)$$

$$\text{Se } C_1 + C_2 + C_3 = C$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$C$  é o equivalente da associação em paralelo. Geralmente a associação  $C$  de  $n$  capacitores é:  $C = C_1 + C_2 + C_3 \dots C_n$

#### OBSERVAÇÃO:

Numa associação em paralelo, a carga total ( $QT$ ) é a soma das cargas parciais. A tensão nos circuitos paralelos é constante.

Para acharmos o valor da capacidade total de um circuito onde os valores dos capacitores são iguais, usamos a fórmula:

$$C_T = C \cdot n$$

Onde:

$C$  = Capacidade do capacitor  
 $n$  = número de capacitores da associação

### Exercícios

1 - Calcular a capacidade, a carga total e as capacidades parciais da associação abaixo. (Figura 24), sabendo-se que a tensão é 5V.

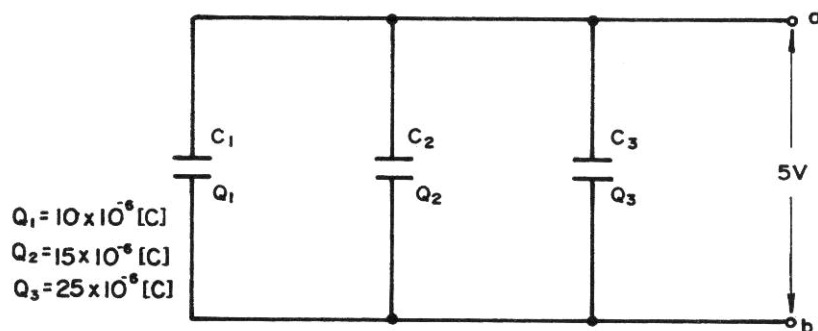


Fig. 24

Solução:

$$C_1 = \frac{Q_1}{V} = \frac{10 \times 10^{-6}}{5} = 2 \times 10^{-6} \quad \therefore \quad C_1 = 2[\mu F]$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{V} = \frac{15 \times 10^{-6}}{5} = 3 \times 10^{-6} \quad \therefore \quad C_2 = 3[\mu F]$$

$$C_3 = \frac{Q_3}{V} = \frac{25 \times 10^{-6}}{5} = 5 \times 10^{-6} \quad \therefore \quad C_3 = 5[\mu F]$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 10 \times 10^{-6} + 15 \times 10^{-6} + 25 \times 10^{-6} = 50 \times 10^{-6} \quad \therefore$$

$$Q_T = 50 \times 10^{-6} [C]$$

$$C_T = \frac{Q_T}{V} = \frac{50 \times 10^{-6}}{5} = 10 \times 10^{-6} \quad \therefore \quad C_T = 10[\mu F]$$

2 - Determinar a capacidade e a carga total de uma associação em paralelo de 4 capacitores capacidade 0,75 [ $\mu F$ ] cada um; e sendo a carga armazenada, por cada um, igual a 0,25 [C].

Solução:

$$C_T = C \cdot n = 0,75 \times 4 = 5[\mu F]$$

$$Q_T = Q \cdot n = 0,25 \times 4 = 1 [C]$$

3 - Qual é o capacitor equivalente obtido, quando são associados 3 capacitores de  $C_1 = 4 [\mu F]$ ,  $C_2 = 3 [\mu F]$  e  $C_3 = 2 [\mu F]$ , em paralelo?

Soluções:

$$C_1 + C_2 + C_3 = 4 + 3 + 2 = 9 [\mu F] \quad \therefore \quad C = 9 [\mu F]$$

NOTA: A fórmula utilizada para resolver associações em paralelo de capacitores é a mesma utilizada para associação série de resistores, ou seja, a soma é feita diretamente.

As cargas  $Q_1$ ,  $Q_2$  e  $Q_3$  são as cargas armazenadas nos capacitores. A carga total  $Q$  é obtida pela soma das cargas parciais.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

A tensão é a mesma em todos os capacitores, ou seja; a tensão  $V [V]$  em um circuito paralelo é constante.

### 3.2 - Associação em série

A conexão de capacitores mostrada, figura 25 é chamada de associação em série.

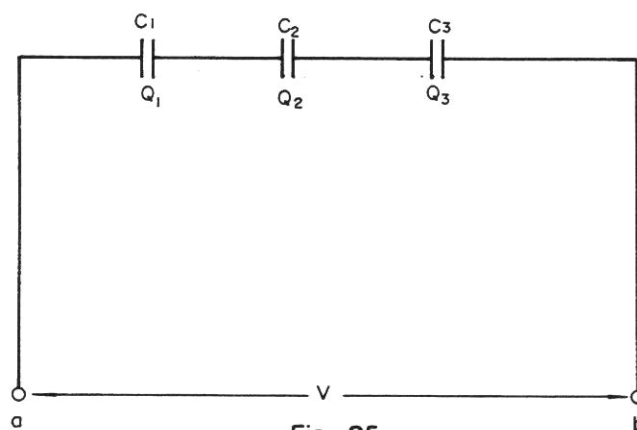


Fig. 25

Quando a tensão  $V [V]$  é aplicada nos terminais a b, a tensão em cada capacitor serão  $V_1 [V]$ ,  $V_2 [V]$  e  $V_3 [V]$ .

$$V = V_1 + V_2 + V_3 [V], \text{ logo}$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} [V], V_2 = \frac{Q_2}{C_2} [V], V_3 = \frac{Q_3}{C_3} [V]$$

entretanto,

$$V = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

Quando os capacitores são conectados em série, com a tensão  $V[V]$  aplicada nos terminais a e b, a mesma carga  $Q[C]$  é armazenada em todos os capacitores, de acordo com a indução eletrostática. Entretanto se:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$$

$$V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = \left( Q \cdot \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

Logo, a capacidade eletrostática em série será:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}.$$

Para capacitores iguais teremos:

$$C_T = \frac{C}{n}$$

$C$  = valor do capacitor

$n$  = número de capacitores da associação

Conclusão:

A capacidade total é sempre menor do que a menor capacidade parcial; a associação série é utilizada quando se deseja menor capacidade.

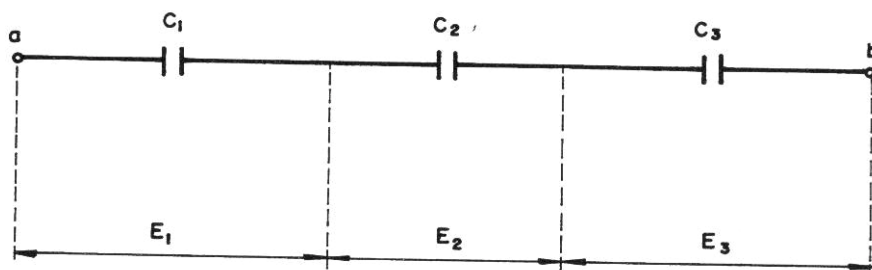


Fig. 26

Chamamos de  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  de capacitores parciais de cada capacitor, temos que calcular a capacidade total ( $C_T$ ) ou equivalente. (Figura 26).

A fórmula usada para calcular  $C_T$  de uma associação série é a fórmula dos inversores, ou seja:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

NOTA: A fórmula utilizada para resolver associações série de capacitores é a mesma utilizada para paralela de resistores, ou seja, a fórmula dos inversores.

Obtido o resultado da soma de frações, inverter as frações e depois dividir para obter a capacidade total.

A carga armazenada é a mesma para todos os capacitores, ou seja: a carga ( $Q$ ) em um circuito série é constante.

A tensão  $V_1$ ,  $V_2$  e  $V_3$  são as tensões aplicadas nos extremos de cada capacitor. Obtemos a tensão total aplicada pela soma das tensões parciais.

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

Para associação de dois capacitores pode-se utilizar a fórmula:

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Exercícios 1 - Para associação abaixo, (figura 27), calcular as tensões parciais, a tensão total e a capacidade total.

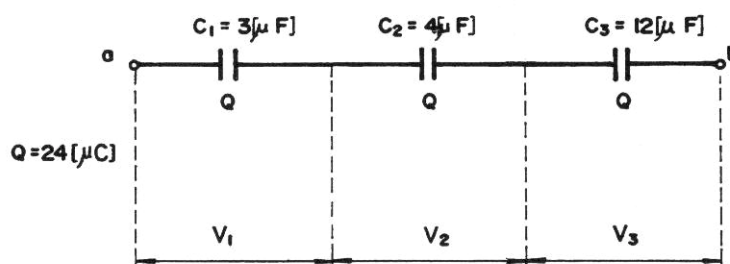


Fig. 27

Solução:

Para calcular as tensões parciais podemos usar a fórmula  $V = \frac{Q}{C}$ .

$$V_1 = \frac{Q}{C} = \frac{24}{3} = 8 \quad \therefore \quad V_1 = 8\ \text{[V]}$$

$$C_1 = 3$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{24}{4} = 6 \quad \therefore V_1 = 6 \text{ [V]}$$

$$V_3 = \frac{Q}{C_3} = \frac{24}{12} = 2 \quad \therefore V_1 = 2 \text{ [V]}$$

$$C_T = \frac{Q}{V_T} = \frac{Q}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{24 \times 10^{-6}}{8 + 6 + 2} = 1,5 \times 10^{-6} \quad \therefore C_T = 1,5 \text{ [}\mu\text{F]}$$

Ou, aplicando a fórmula das inversões para calcular  $C_T$ , teremos:

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}}$$

$$C_T = \frac{1}{\frac{4 + 3 + 1}{12}}$$

$$C_T = \frac{1}{\frac{8}{12}}$$

$$C_T = \frac{12}{8} \quad \therefore C_T = 1,5 \text{ [}\mu\text{F]}$$

$$C_T = 1,5 \quad \therefore C_T = 1,5 \text{ [}\mu\text{F]}$$

2 - Calcular a capacidade equivalente para a associação série abaixo. (Figura 28)



Fig. 28

$$\begin{aligned} C_1 &= 8 \text{ [pF]} \\ C_2 &= 12 \text{ [pF]} \\ C_3 &= ? \end{aligned}$$

Usamos a seguinte fórmula, já antes aprendida:

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$



$$C_1 + C_2$$

$$C_T = \frac{8 \cdot 12}{8 + 12}$$

$$C_T = \frac{96}{20}$$

$$C_T = 4,8 \quad \therefore C_T = 4,8 \text{ [pF]}$$

3 - Tem-se 20 capacitores, associados em série, de capacidade igual, submetidos cada um à tensão de 2[V]; pede-se calcular tensão total e a capacidade da associação.

$$C = 3 \text{ [pF]}$$

$$E = 2 \text{ [V]}$$

$$n = 20$$

$$C_T = \frac{C}{n} = \frac{3}{20} = 0,15 \text{ [pF]}$$

$$E = E \cdot n = 2 \times 20 = 40 \text{ [V]}$$

### 3.3 - Associação Mista

Na associação mista, o resultado são combinações dos obtidos com as ligações estudadas. (Figura 29).

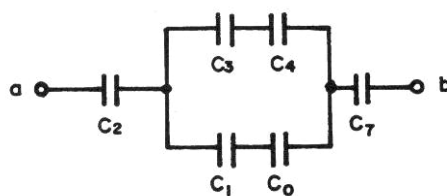


Fig. 29

#### Exercício

Determinar a capacidade e a carga equivalente do circuito e a tensão entre as placas do capacitor de 15[μF] (figura 30).

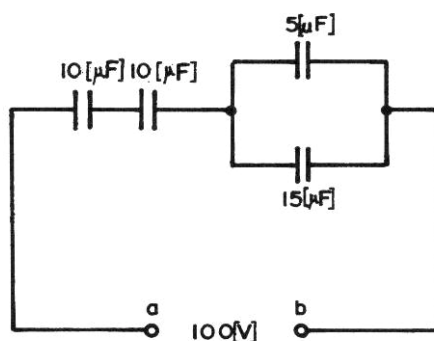


Fig. 30

Solução:

$C_s$  = capacitância em série

$$C_s = \frac{10}{2} = 5$$

$C_p$  = capacitância em paralelo

$$C_p = 5 + 15 = 20$$

$$C_T = \frac{C_s \cdot C_p}{C_s + C_p} = \frac{5 \cdot 20}{5 + 20} = 4 \therefore C_T = 4[\mu F]$$

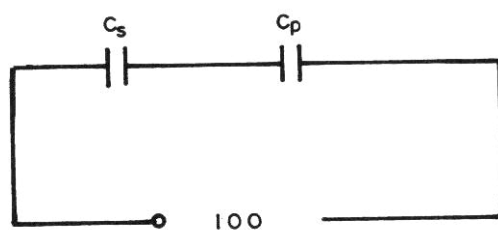


Fig. 31

$$Q = C_T \cdot V = 4 \times 10^{-6} \times 100 = 4 \times 10^{-4} \therefore Q = 4 \times 10^{-4} [C]$$

A tensão no conjunto pelos dois capacitores de  $10[\mu F]$  em série é:

$$V_S = \frac{Q}{C_S} = \frac{4 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-6}} = 80$$

A tensão entre as placas do capacitor de 15 [μF] é a tensão  $V_p$  no conjunto formado pelos capacitores de 5[μF] de 15 [μF] em paralelo é, portanto:

$$V_p = V - V_S = 100 - 80 = 20 \therefore V_p = 20[V]$$

#### 4 - CARGA E DESCARGA DE UM CAPACITOR

Na figura abaixo, (figura 32) verificamos que existe um capacitor ligado em série com um gerador e uma resistência, cujo circuito está interrompido por uma chave que conecta a bateria ao circuito; na outra posição, a chave desconecta a bateria, deixando o capacitor e a resistência em série sem a participação da bateria. Quando passarmos a chave para a posição 1, verificaremos que em um curto espaço de tempo circula através do circuito uma corrente grande, e quando as armaduras vão se eletrizando, o fluxo da corrente vai diminuindo.

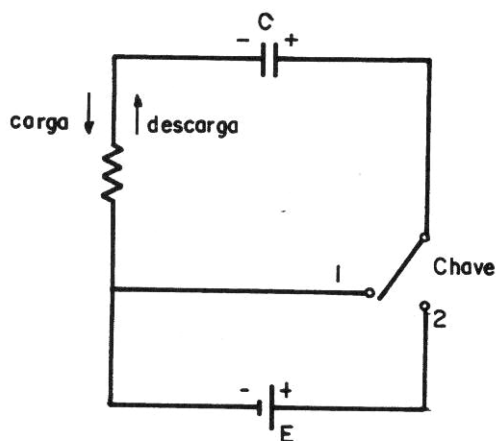


Fig.32

A duração do impulso da corrente e o fluxo dela estão condicionados pela capacidade do capacitor, pela tensão do gerador e pela resistência R do circuito.

Se tivermos um valor de corrente  $i$  instantâneo desde o gerador até o capacitor e considerarmos a queda de tensão na resistência R, teremos o valor instantâneo da tensão aplicada ao capacitor:

$$V_c = E - R \cdot i$$

Onde:

$V_c$  = tensão instantânea aplicada ao capacitor  
 $E$  = tensão do gerador  
 $i$  = corrente instantânea que passa pelo circuito  
 $R$  = resistência do circuito

$R \cdot i$  queda de tensão em  $R$

O símbolo delta ( $\Delta$ ), em forma de triângulo, é utilizado para expressar uma idéia de variação. Durante um tempo  $\Delta t$  circula até o capacitor uma quantidade de eletricidade  $\Delta Q = i \cdot \Delta t$ , de modo que a corrente é:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Como foi visto anteriormente:

$$Q = CV$$

Em um certo tempo  $\Delta t$  em que dura o fluxo da corrente, a carga do capacitor vai aumentando seu valor da mesma forma, ou seja, de  $\Delta Q$ . Então teremos que  $\Delta Q = C \cdot \Delta V_c$ , onde  $\Delta V_c$  é o aumento de tensão no mesmo espaço de tempo. Dessa forma, podemos concluir que o valor instantâneo da corrente de carga é:

$$i = C \frac{\Delta V_c}{\Delta t}$$

Substituindo-se os valores encontrados na fórmula escrita para achar  $V_c$ , teremos:

$$V_c = E - R \cdot C \cdot \frac{\Delta V_c}{\Delta t} \quad \text{ou}$$

$$C \cdot R \cdot \frac{V_c}{t} = E - V_c \quad \text{ou ainda:}$$

$$t = C \cdot R \cdot \frac{V_c}{E - V_c} \quad \boxed{\text{derivada de tempo}}$$

Através de cálculo, utilizando derivada e integral, chegou-se à seguinte fórmula para a carga de um capacitor:

$$V_c = E(1 - e^{-t/\tau})$$

Onde:

$e$  = base dos logaritmos neperianos, que é  $2,718$

$\tau$  = tempo necessário para a carga atingir 63,2% do seu valor máximo, conhecido como constante de tempo ( $\tau = C \cdot R$ ).

A figura 33, apresenta a variação de tensão durante a carga de um capacitor.

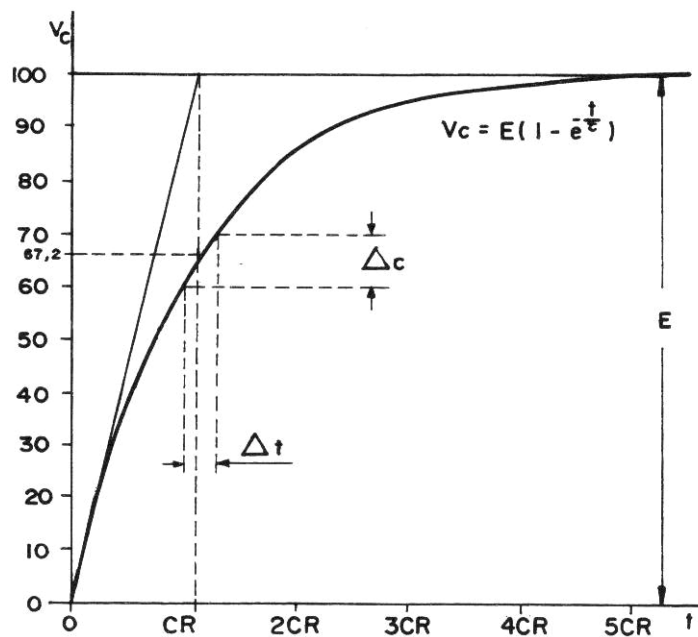


Fig. 33

A corrente de carga é dada por:

$$i = \frac{E}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

A figura 34, apresenta a variação da corrente durante a carga de um capacitor.

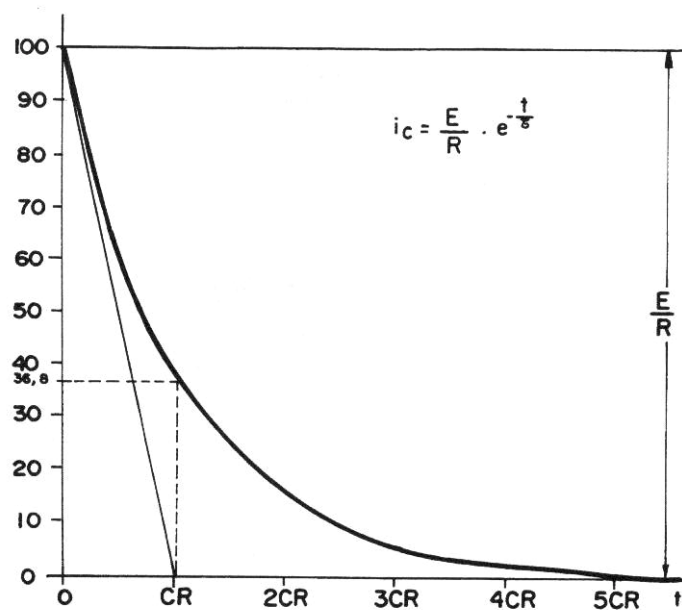


Fig. 34

Quando a posição da chave muda de 2 para 1, (ver figura 32), a bateria é desconectada e forma-se o circuito fechado entre C e o resistor. A corrente que irá circular agora possui sentido contrário a de carga com o tempo o capacitor descarrega-se, diminuindo a sua tensão.

O valor instantâneo da tensão no capacitor durante descarga é dada pela seguinte fórmula.

$$V_e = E \cdot e^{-t/\tau}$$

A figura 35, representa a variação da tensão durante a descarga.

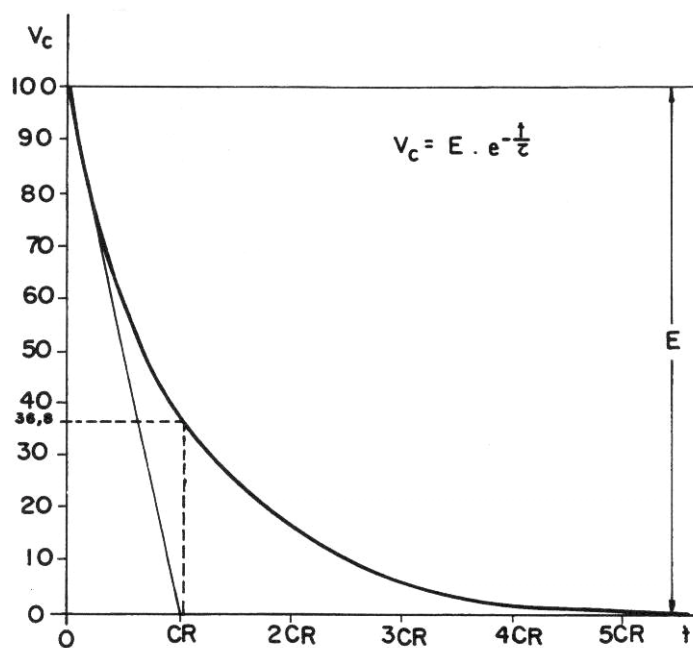


Fig. 35

O valor instantâneo da corrente durante descarga é dado pela seguinte fórmula.

$$i = -\frac{E}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

A figura 36, representa a variação da corrente durante a descarga.

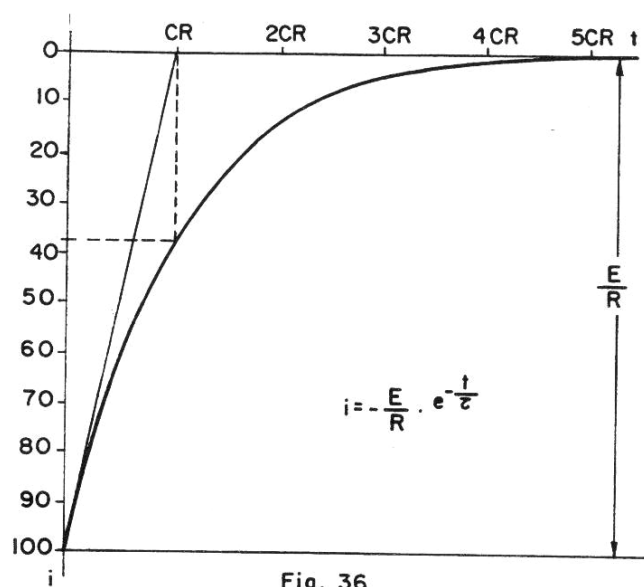


Fig. 36

## PRINCÍPIOS DA CORRENTE ALTERNADA

### 1 - FORMAS DE ONDA

A representação gráfica da variação de um parâmetro elétrico (tensão, corrente, potência, etc) em função do tempo é chamada forma de onda.

Podemos dizer que forma de onda é um gráfico de  $e \times t$ ,  $i \times t$  e  $p \times t$ .

#### 1.1 • Corrente Contínua

Se a corrente não varia no tempo e nem troca a sua polaridade, diz-se que a sua forma de onda é contínua, ou seja, é uma corrente contínua (CC ou DC), podendo ser corrente contínua pura ou ondulada.

Observando a figura 1 (a) a corrente não varia de sentido, a grandeza é constante e chamamos de corrente contínua pura.

Na figura 1 (b), a corrente não varia de sentido, só variando a grandeza, e chamamos de corrente contínua ondulada.

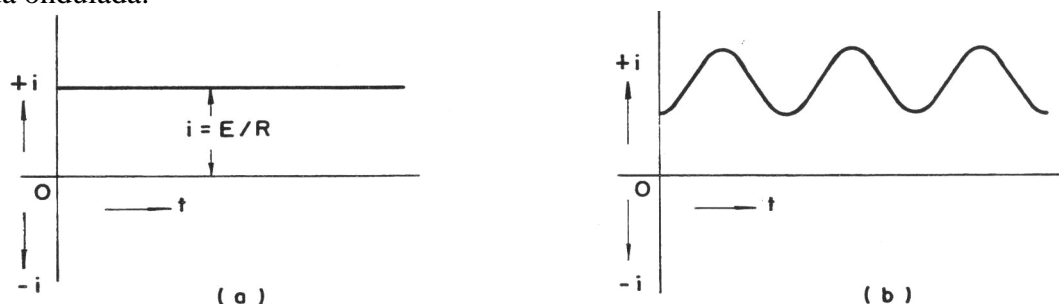


Fig. 1

#### 1.2 • Corrente Alternada

Se a corrente varia e troca a sua polaridade a intervalos regulares de tempo, diz-se que é uma forma de onda alternada, ou uma corrente alternada (CA ou AC), podendo ser com forma determinada, tipo senoidal, quadrada, etc, (figura 2(a)) e forma distorcida (figura 2(b)).

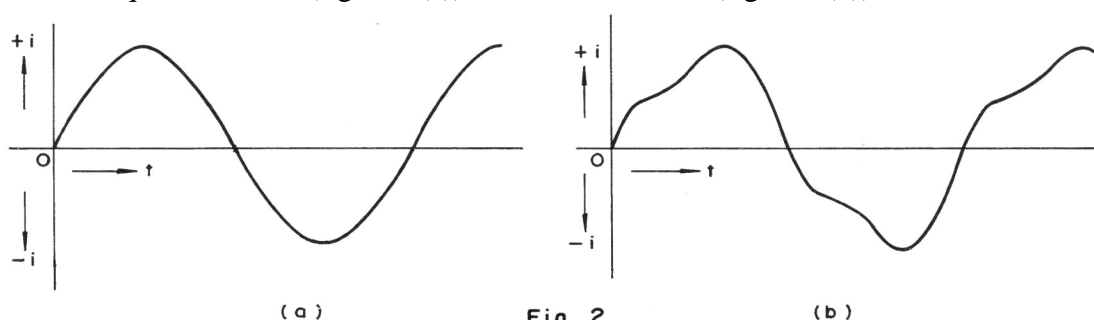


Fig. 2



## 2 - FORÇA ELETROMOTRIZ ALTERNADA SENOIDAL

Uma das formas de onda mais utilizadas em Eletrotécnica e Eletrônica é a senoidal, gerada pelos alternadores das centrais elétricas (hidroelétricas, termoeletricas, termonuclear, etc).

Se movimentarmos um condutor qualquer dentro de um campo magnético  $\Phi$  irá aparecer entre seus extremos uma f.e.m. induzida, de acordo com a regra da mão direita. Como mostrado na figura 3(a), a bobina **ab** gira num campo uniforme, com velocidade constante.

É induzida uma f.e.m. na bobina, com valor variando conforme a posição no fluxo magnético (figura 3(b) e (c)).

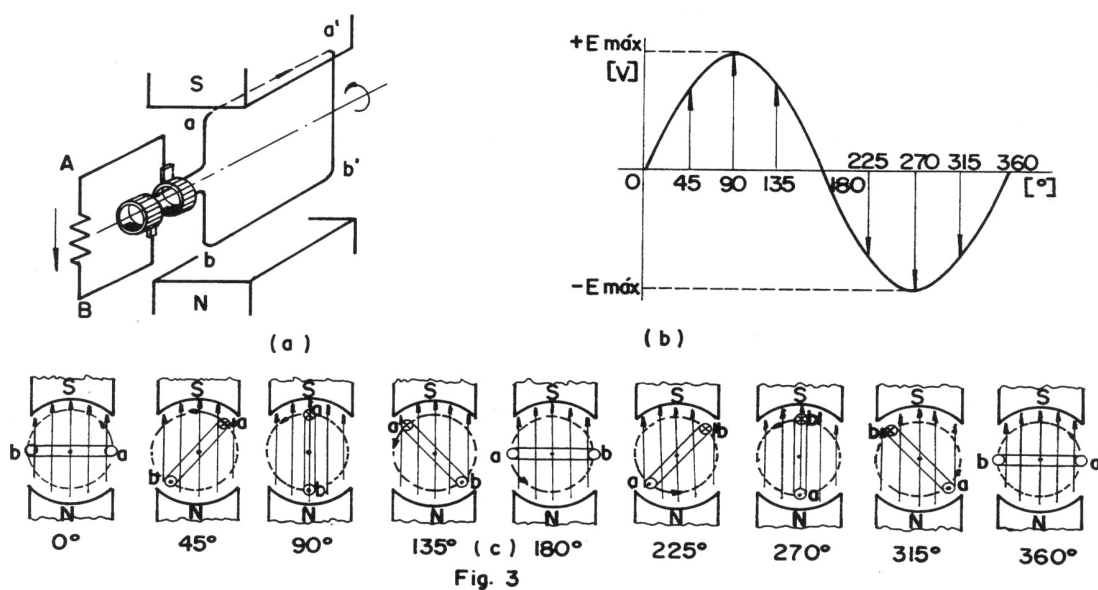


Fig. 3

Tomando-se a bobina **ab** como referência, verifica-se que quando ela estiver na posição 0°, a f.e.m. induzida será zero, uma vez que está se movimentando paralelamente ao fluxo magnético de imã permanente. Quando a bobina se movimenta, a partir de 0° começará a cortar os fluxos magnéticos e em 90° a f.e.m. será máxima ( $E_{máx}$ ) induzindo no condutor **aa'** o sentido (X) e no condutor **bb'** (A). A partir de 90° a f.e.m. induzida decrescerá, mantendo os condutores **aa'** e **bb'** no mesmo sentido até atingir 180°, onde a f.e.m. induzida será 0. Quando a bobina se movimenta a partir de 180° o sentido da indução da f.e.m. se inverterá com **aa'** (A) e **bb'** (X), e crescerá até 270° onde a f.e.m. será máxima ( $-E_{máx}$ ).

A partir de 270° a f.e.m. decrescerá até 360° onde será 0 (zero).

Sabemos que:

$B$  = densidade de fluxo magnético [T]

$l$  = comprimento dos condutores **aa'** e **bb'** [m]

$v$  = velocidade [m/s]

$\theta$  = ângulo de deslocamento [°]

A f.e.m. induzida no condutor **aa'**;  $e_{a'}$ , será:

$$e_{a'} = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \theta$$

A f.e.m. induzida no condutor bb',  $e_b$ , será:

$$E_b = B.I.v.\text{sen}\theta$$

Sabendo-se que a soma total das f.e.m. nos condutores aa' e bb' é:

$$e = e_a + e_b, \text{ temos:}$$

$$e = B.I.v.\text{sen}\theta + B.I.v.\text{sen}\theta = 2Blv\text{sen}\theta$$

Onde:

$$2 Blv = E_{\text{máx}},$$

Logo:

$$e = E_{\text{máx}} \text{sen}\theta$$

Quando a bobina ab completa uma volta, a f.e.m. induzida começa a repetir seus valores, verificando-se que obedece às variações da função seno, ou seja, a f.e.m. induzida é senoidal.

A f.e.m. induzida varia com o ângulo em função do tempo. Este valor, medido num determinado tempo, chama-se valor instantâneo.

Chamamos de valor máximo ( $E_{\text{máx}}$ ) ao que apresenta o máximo valor instantâneo.

### 3 - PERÍODO E FREQUÊNCIA

Se a bobina ab continuar a circular sobre seu eixo, a f.e.m. induzida continuará também a variar segundo uma onda senoidal. Esta variação começa em zero, alcança valores positivos, volta a zero, passa por valores negativos e retorna a zero.

Uma variação completa de valores chama-se CICLO, de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . O tempo gasto para completar um ciclo chama-se PERÍODO, símbolo  $T$  e unidade [s]. O número de ciclos em um segundo chama-se FREQUÊNCIA, símbolo  $f$  e unidade HERTZ ou [Hz]. A figura 4 mostra a forma de onda com a frequência de 1 [Hz], ou um ciclo em um segundo.

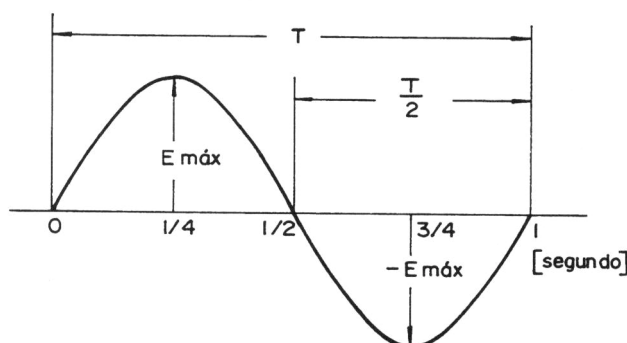


Fig. 4

No Brasil, o sistema de geração e distribuição da energia elétrica utiliza da frequência de 60 Hz, tanto para luz quanto para força.

Como foi visto, em uma volta completa de um alternador de 2 pólos, temos um ciclo de onda de f.e.m. induzida. Nesta situação o ângulo mecânico coincide com o ângulo elétrico. Se o alternador possui 4 ou 6 pólos, teremos 2 ou 3 ciclos por volta (figura 5(a) e (b)). Como  $p$  pólos o ângulo elétrico corresponde a  $p/2$  o ângulo mecânico. A unidade de ângulo mecânico é  $[\circ]$  e a de ângulo elétrico é geralmente o radiano ou [rad]. Um ângulo de  $360^\circ$   $[\circ]$  corresponde a  $2\pi$  [rad] (tabela 1). Se a frequência da onda é  $f$  [Hz], ela varia  $f$  ciclos por 1 segundo e num ciclo o ângulo elétrico varia  $2\pi$  [rad]. Portanto o ângulo elétrico varia  $2\pi$  [rad] por 1 seg.

Esse ângulo chama-se velocidade angular, com símbolo  $\omega$  unidade (rad/s).

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

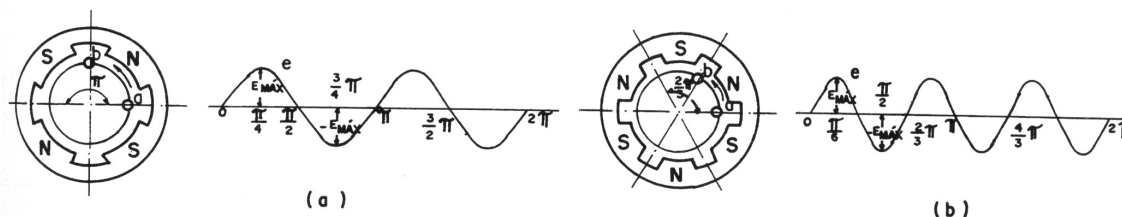


Fig. 5

O ângulo elétrico em um determinado tempo  $t$ [S], corresponde a:

$$\theta = \omega t = 2 \pi f t$$

Aplicando na equação da f.e.m. induzida em um condutor temos:

$$e = E_{\text{máx}} \sin \theta = E_{\text{máx}} \sin \omega t = E_{\text{máx}} \sin 2 \pi f t$$

Tabela 1

Grau [°]	30	45	60	90	120	135	180	.....	360
Radiano [rad]	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$2 \frac{\pi}{3}$	$3 \frac{\pi}{4}$	$\pi$	.....	$2 \pi$

## 4 - VALOR MÉDIO E VALOR EFICAZ

### 4.1 - Valor médio

É a média de várias amplitudes instantâneas medidas em intervalos de tempo, durante um ciclo. Se a onda é alternada senoidal, o valor médio é zero, pois a onda é simétrica. Neste caso, consideramos o valor médio medido apenas em meio ciclo.

A figura 6(a) mostra uma função senoidal  $i = I_{\text{máx}} \sin \omega t$ . Se tivermos uma pequena área  $\Delta s$  sobre o meio ciclo positivo, com largura  $\Delta \theta$  e altura  $i = i_{\text{máx}} \sin \theta$ , então:

$$\Delta s = i \Delta \theta$$

$$\Delta s = I_{\text{máx}} \sin \theta \cdot \Delta \theta$$

A área total do meio ciclo é a soma destas pequenas áreas desde  $\theta = 0$  até  $\pi$ .

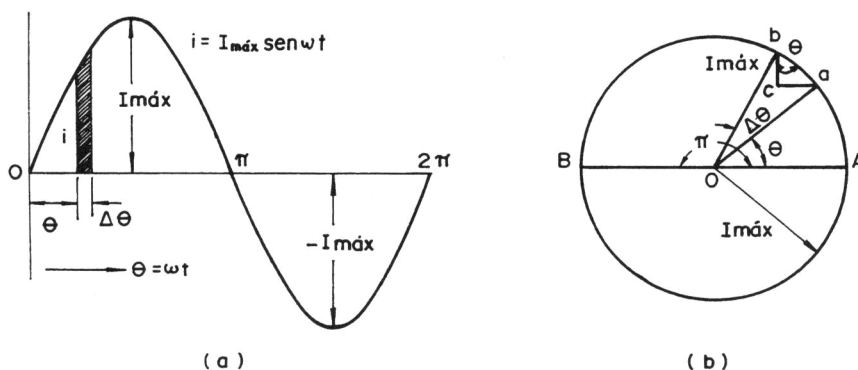


Fig. 6

Observando a figura 6(b), temos um círculo de raio  $I_{\text{máx}}$ . Se tomarmos um pequeno ângulo  $\Delta \theta$ , o arco  $ab$  é dado por:

$$\widehat{ab} = I_{\text{máx}} \cdot \Delta \theta$$

Por ser muito pequeno,  $ab$  pode ser considerado segmento da reta.

Temos o triângulo retângulo  $abc$ , sendo o lado  $ac$  paralelo ao diâmetro  $AB$  e  $bc$  perpendicular. O valor de  $ac$  é dado por:

$$ac = \widehat{ab} \sin \theta$$

$$ac = I_{\text{máx}} \Delta\theta \text{ sen } \theta$$

$$ac = I_{\text{máx}} \text{ sen } \theta \Delta\theta$$

Donde se conclui que  $ac = \Delta s$ .

Se considerarmos ângulos  $\theta$  variando de 0 a  $\pi$ , a soma dos lados  $ac$  dos triângulos é igual ao diâmetro do círculo. Como o raio do círculo é  $I_{\text{máx}}$ , seu diâmetro é  $2I_{\text{máx}}$ .

Logo, a área sobre o meio ciclo da figura 6(a) corresponde a  $2I_{\text{máx}}$ .

Portanto, o valor médio é dado por:

$$I_m = 2I_{\text{máx}}/\pi = 2/\pi \cdot I_{\text{máx}} \quad (2/\pi = 0,637)$$

$$I_m = 0,637 I_{\text{máx}}$$

#### 4.2 - Valor Eficaz

É o valor da corrente alternada que produz em uma resistência o mesmo efeito de aquecimento de uma corrente contínua. Supondo-se dois circuitos iguais de resistência  $R$  (figura 7); sendo o circuito (a) atravessado por corrente contínua e o outro por corrente alternada.

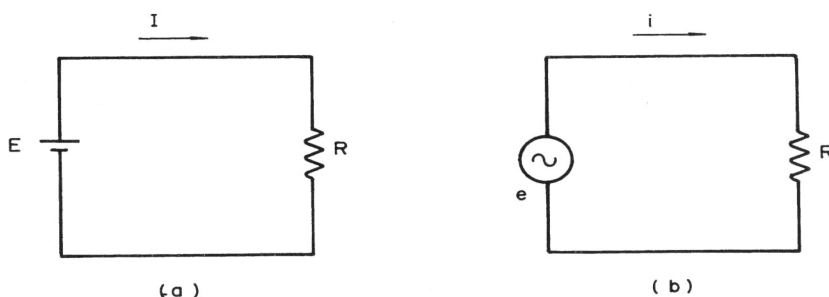


Fig. 7

Se os dois circuitos produzirem a mesma quantidade de calor, diremos que há equivalência entre as duas correntes. Neste caso, quando a medida de potência da corrente alternada e da corrente contínua são iguais, o efeito de aquecimento é o mesmo.

Temos:

$$I^2 \cdot R = \text{valor médio de } I^2 R$$

$$I = \sqrt{\text{valor médio de } I^2}$$

Podemos dizer que o valor eficaz da corrente alternada é a raiz quadrada: do valor médio dos valores instantâneos ao quadrado.

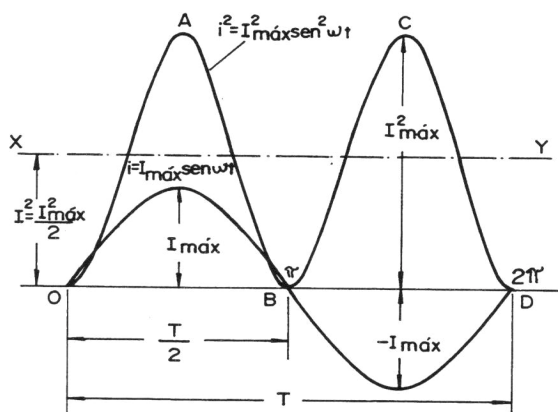


Fig. 8

Na figura 8 temos a onda senoidal  $i_{\text{máx}} = I_{\text{máx}} \sin \omega t$  e a onda  $i^2 = I_{\text{máx}}^2 \sin^2 \omega t$ ; cujo eixo de simetria é a reta XY que a divide pelo meio.

A ordenada representa o valor médio dos quadrados dos valores instantâneos  $i$ , e o seu valor é  $1/2 I_{\text{máx}}^2$ .

Portanto, o valor eficaz  $I$  é representado por:

$$I = \sqrt{\frac{I_{\text{máx}}^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{\text{máx}} \quad \left( \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 \right)$$

$$I = 0,707 I_{\text{máx}}$$

#### OBSERVAÇÃO:

Estas relações valem tanto para corrente quanto para tensão e as correntes e tensões medidas, registradas ou lidas com amperímetros e voltímetros são em valores eficazes.

Exemplo:

A tensão residencial de 127 [V] Ca e as demais tensões fornecidas pelas concessionárias de energia elétrica são medidas em valores eficazes.

Exemplo:

Dada a instantânea  $e = 120\sqrt{2} \sin 120 \pi t$  [V], determine a tensão máxima ( $E_{\text{máx}}$ ), a tensão média ( $E_m$ ), a tensão eficaz ( $E$ ), a frequência ( $f$ ) e o período ( $T$ ).

Solução:

a) Tensão máxima

Sabemos que a tensão é dada por:

$$e = E_{\text{máx}} \sin \omega t = E_{\text{máx}} \sin 2\pi ft$$

$$E_{\text{máx}} = 120 \sqrt{2} = 169,70 \dots \therefore E_{\text{máx}} \hat{=} 170 \text{ [V]}$$

b) Tensão média

$$E_m = \frac{2}{\pi} E_{\text{máx}} = \frac{2 \cdot 120 \sqrt{2}}{\pi} = 108,03 \dots \therefore E_m \hat{=} 108 \text{ [V]}$$

c) Tensão eficaz

$$E = \frac{E_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{120 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120 \therefore E = 120 \text{ [V]}$$

d) Frequência

$$2\pi ft = 120\pi t$$

$$f = \frac{120}{2} = 60 \therefore f = 60 \text{ [Hz]}$$

e) Período

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = 0,0166 \dots \therefore T = 16,7 \text{ [ms]}$$

## 5 - FATOR DE FORMA E FATOR DE CRISTA

### 5.1 - Fator de forma

O fator de forma de uma onda alternada é um valor muito importante no estudo de máquinas e instrumentos elétricos. É definido como sendo a razão entre os valores eficaz e médio da forma de onda.

$$f.f = \frac{E}{E_m}$$

No caso da corrente alternada senoidal:

$$f.f = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} E_{\text{máx}}}{\frac{2}{\pi} E_{\text{máx}}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$$

O fator de forma de onda senoidal é constante e igual a 1,11.

### 5.2 - Fator de Crista



É a razão entre os valores máximo e eficaz de uma forma de onda

É muito importante quando se mede tensões de isolamento com voltímetros comuns.

Como formas de onda de valores de pico diferentes podem ter o mesmo valor eficaz, o fator de crista deve ser conhecido.

$$f.c = E_{\text{máx}} / E$$



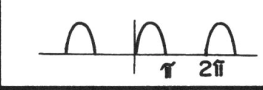
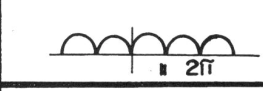
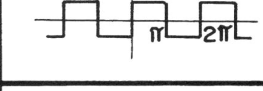
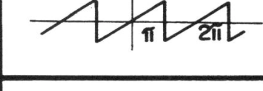
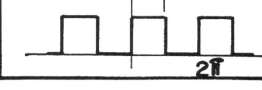
No caso da tensão alternada senoidal:

$$f.c = \frac{E_{\text{máx}}}{\frac{1}{\sqrt{2}} E_{\text{máx}}} = \sqrt{2} = 1,414$$

O fator de crista da onda senoidal é constante e igual a 1,414.

A tabela 2 apresenta os valores máximo, eficaz, médio, fator de forma e fator de crista das ondas mais utilizadas.

TABELA 2

FORMA DE ONDA	NOME	VALOR MÁXIMO	VALOR EFICAZ	VALOR MÉDIO	FATOR DE FORMA	FATOR DE CRISTA
	SENOIDAL	$E_{máx}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} E_{máx}$	$\frac{2}{\pi} E_{máx}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}$
	TRIANGULAR	$E_{máx}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} E_{máx}$	$\frac{1}{2} E_{máx}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
	PULSATIVA MEIA ONDA	$E_{máx}$	$\frac{1}{2} E_{máx}$	$\frac{1}{\pi} E_{máx}$	$\frac{\pi}{2}$	2
	PULSATIVA ONDA COMPLETA	$E_{máx}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} E_{máx}$	$\frac{2}{\pi} E_{máx}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}$
	QUADRADA	$E_{máx}$	$E_{máx}$	$E_{máx}$	1	1
	DENTE DE SERRA	$E_{máx}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} E_{máx}$	$\frac{1}{2} E_{máx}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
	PULSO	$E_{máx}$	$\frac{t}{\sqrt{2}\pi} E_{máx}$	$\frac{t}{2\pi} E_{máx}$	$\frac{2\pi}{\sqrt{t}}$	$\frac{2\pi}{\sqrt{t}}$

## 6 - FASE E DEFASAMENTO

### 6.1 - Fase

Quando se estudou a geração da f.e.m. alternada senoidal, o ponto de partida do condutor foi onde não havia tensão gerada (ponto zero).

Mas o condutor poderia estar em qualquer outra posição, girando com a mesma velocidade angular ( $\omega$ ) adiantado ou atrasado do ponto zero.

Chama-se fase ao valor do ângulo elétrico formado entre o condutor e o ponto zero tomado como referência para  $t = 0$ .

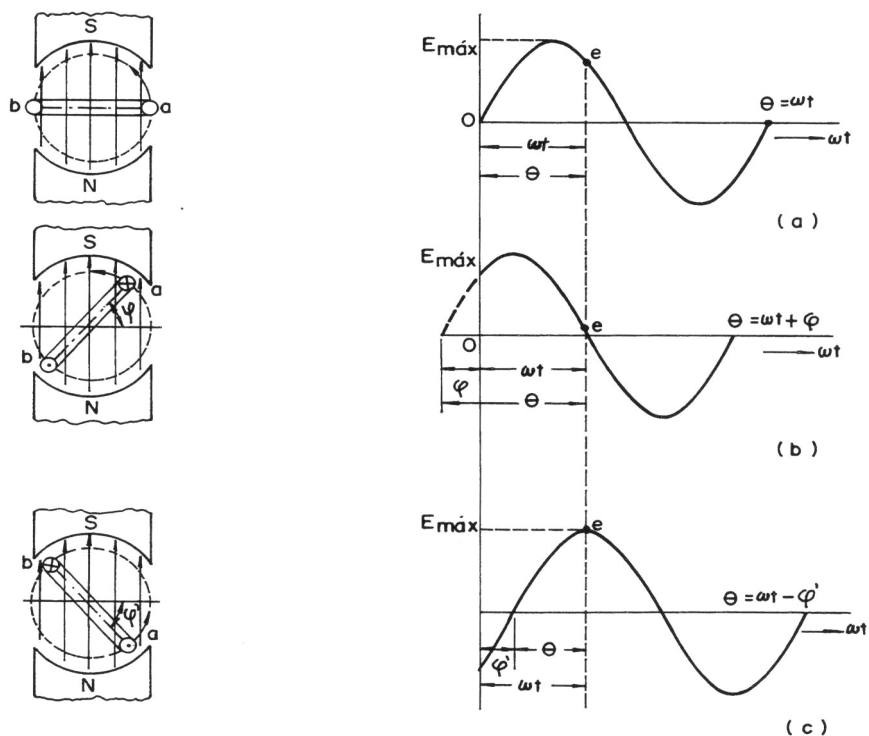


Fig. 9

O ângulo da fase de uma única onda é, portanto, o ângulo desde o ponto zero sobre a onda, até o valor no ponto, a partir do qual o tempo é computado.

Na figura 9(a) temos uma tensão senoidal começando a gerar do ponto zero. No tempo  $t$ , temos  $\theta = \omega t$ , logo:

$$e_a = E_{\text{máx}} \sin \omega t$$

Na figura 9(b), temos uma tensão senoidal começando a gerar um ângulo  $\phi$  adiantado ponto zero:

No tempo  $t$ , temos  $\theta = \omega t + \phi$ , logo:

$$e_b = E_{\text{máx}} \sin (\omega t + \phi)$$

Na figura 9(c), temos uma tensão senoidal começando a gerar um ângulo  $\phi$  atrasado do ponto zero.

No tempo  $t$ , temos  $\theta = (\omega t - \phi)$ , logo:

$$e_c = E_{\text{máx}} \sin (\omega t - \phi)$$

## 6.2 - Defasamento

Duas formas de onda podem ter ângulo de fase diferente. Neste caso, diz-se que há uma diferença de fase ou defasamento entre elas, que é medida em graus [ ° ] ou radiano [ rad ].

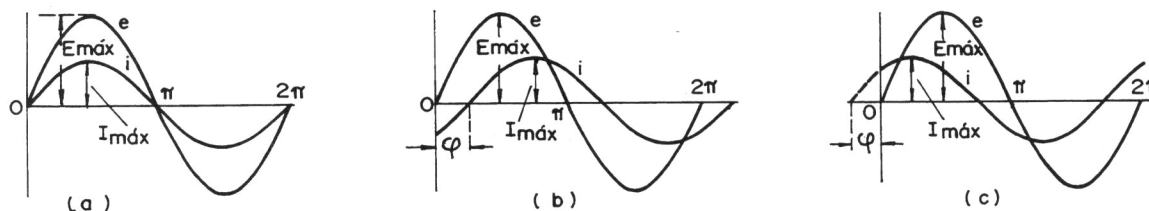


Fig. 10

A diferença de fase é a diferença entre os ângulos de fase de duas formas de onda. De acordo com o ângulo de fase, pode-se dizer que uma forma de onda pode estar em fase, atrasada ou adiantada em relação a outra.

Na figura 10(a), temos a corrente que não tem diferença de fase em relação à tensão, logo, dizemos que a corrente e a tensão estão em fase.

Na figura 10(b), quando a corrente atinge o valor zero, após a tensão ter atingido o zero, ocasiona uma diferença de fase  $\phi$  entre elas. Dizemos que a corrente está atrasada  $\phi$  em relação à tensão.

Na figura 10(c), quando a corrente atinge o valor zero, antes da tensão ter atingido o zero, ocasiona uma diferença de fase  $\phi'$  entre elas. Dizemos que a corrente está adiantada  $\phi'$  em relação à tensão.

## 7 - REPRESENTAÇÃO DA CORRENTE ALTERNADA COMO VETOR

A representação gráfica da f.e.m. alternada, até agora usada, é a do diagrama, que representa a sua variação num período.

Devemos porém observar que, para aplicações futuras, este tipo de representação não é prático, pelo fato de ser bastante trabalhoso, e além disto, muito complicado quando se trata de compor várias f.e.m., por isso usamos o método do vetor.

O vetor rotativo  $E_{\text{máx}}$  gira ao redor do ponto 0 (figura 11), começando do eixo horizontal OX, com uma velocidade angular  $\omega$  constante, no sentido anti-horário.

A projeção do vetor  $E_{\text{máx}}$  sobre o eixo vertical Y representa  $E_{\text{máx}} \sin \omega t$ , que coincide com a ordenada da senóide do valor da f.e.m. no tempo  $t$ .

$$\text{Temos } \overline{oa} = e = E_{\text{máx}} \sin \omega t$$

A mesma consideração pode ser feita com os outros valores de tempo  $t$ .

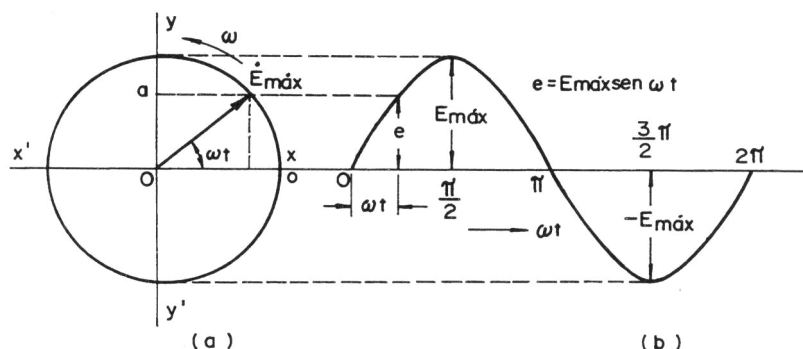


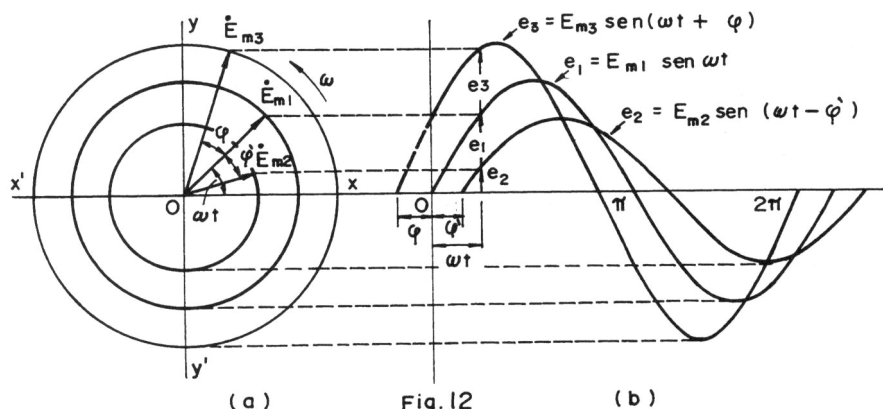
Fig. 11

A posição do condutor na figura 11, na qual a f.e.m. induzida adquire o valor instantâneo  $e = 0$ , corresponde à posição "0" do vetor rotativo para a qual é nula a projeção instantânea sobre o eixo  $yy'$ . Quando o condutor alcança a posição  $\pi/2$  a f.e.m. induzida adquire o seu valor máximo sendo  $e = E_{\text{máx}}$ , que é igual à projeção

do vetor  $E_{\text{máx}}$  sobre o eixo  $y$ . Sucessivamente, a f.e.m. induzida diminui até anular-se, quando o condutor alcança a posição  $\pi$ , sendo nula a projeção do vetor  $E_{\text{máx}}$  sobre o eixo  $yy'$ .

No meio ciclo seguinte, repetem-se os valores. Quando o condutor alcança a posição  $3\pi/2$ , a f.e.m. induzida adquire o seu valor máximo negativo, sendo  $e = -E_{\text{máx}}$ , que é igual a projeção do vetor  $E_{\text{máx}}$  sobre o eixo  $y'$ . E quando o condutor alcança a posição  $2\pi$ , é nula a projeção do vetor  $E_{\text{máx}}$  sobre o eixo  $yy'$ . Assim, podemos representar a variação da f.e.m. induzida alternada senoidal por meio de um vetor rotativo, que efetua a rotação correspondente a cada ciclo.

Na figura 12 três ondas senoidais são representadas pela projeção de três vetores rotativos que giram no sentido anti-horário à mesma velocidade angular constante, mantendo ângulos de defasamento  $\phi$  e  $\phi'$  constantes.

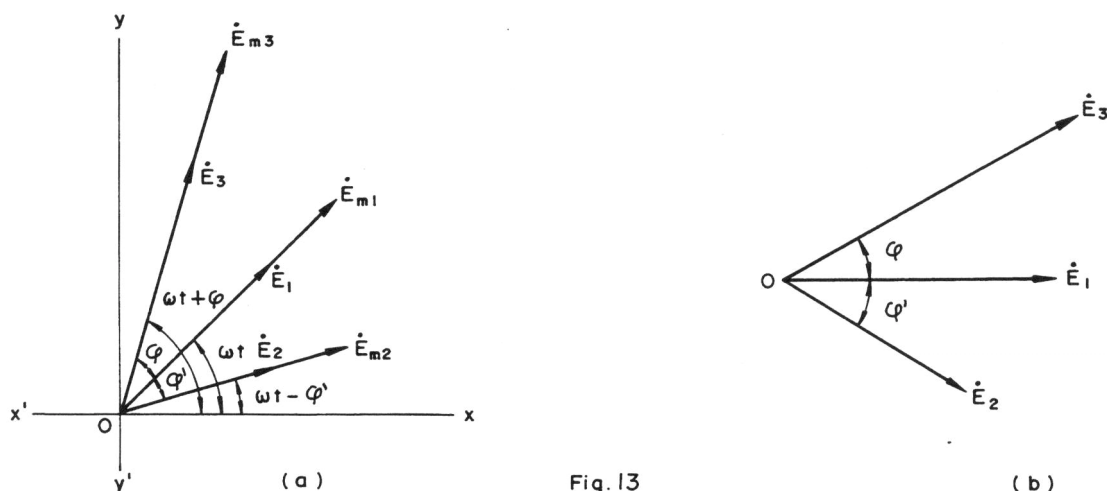


Os vetores rotativos são dependentes da variável tempo, não tendo significado em relação aos espaços. Geralmente, representam os valores máximos de tensões ou correntes. Para análise de circuitos por vetores rotativos, deve-se observar sempre um sentido de giro e um eixo de referência. Pode-se pensar em vetores rotativos em um tempo instantâneo quando se trata da relação entre fases e grandezas entre elas.

Em eletricidade geralmente quando da análise do circuito C.A. considera-se o defasamento entre fase e os valores eficazes.

Na figura 13(a) temos os vetores rotativos  $E_{m1}$ ,  $E_{m2}$  e  $E_{m3}$ , que representam os valores máximos da onda senoidal, e os vetores rotativos  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ , que são os valores eficazes da onda senoidal igual a  $1/\sqrt{2}$  de  $E_{m1}$ ,  $E_{m2}$  e  $E_{m3}$ .

Estes vetores, giram no mesmo sentido, com velocidade angular constante, mantendo as relações de defasamento e grandezas entre si.



Na figura 13(b)  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$  são vetores estáticos, onde o vetor de referência  $E_1$  permite que se tenha informações dos ângulos de defasamento  $\varphi$  e  $\varphi'$  em relação a  $E_3$  e  $E_2$ . O uso do vetor estático facilita a análise dos circuitos C.A. Devemos nos acostumar a usá-los, por serem muito importantes.

Exemplo:

Determinar as correntes eficazes das ondas abaixo e representá-las em gráfico vetorial.

$$a) i_1 = 12 \sqrt{2} \sin \omega t$$

$$b) i_2 = 10 \sqrt{2} \sin (\omega t + 45^\circ)$$

$$c) i_3 = 8 \sqrt{2} \sin (\omega t - 30^\circ)$$

Solução:

$$a) i_1 = 12 \sqrt{2} \sin \omega t$$

$$I_1 = \frac{12 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 12 \quad \therefore \quad I_1 = 12 \text{ [A]}; \text{ é o referencial a } 0^\circ$$

$$b) i_2 = 10 \sqrt{2} \sin (\omega t + 45^\circ)$$

$$I_2 = \frac{10 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \quad \therefore \quad I_2 = 10 \text{ [A]}; \text{ está adiantado } 45^\circ \text{ em relação ao referencial.}$$

$$c) i_3 = 8 \sqrt{2} \sin (\omega t - 30^\circ)$$

$$I_3 = \frac{8 \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 8 \quad \therefore \quad I_3 = 8 \text{ [A]}; \text{ está atrasado } 30^\circ \text{ em relação ao referencial.}$$

Representação gráfica por vetores  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ .

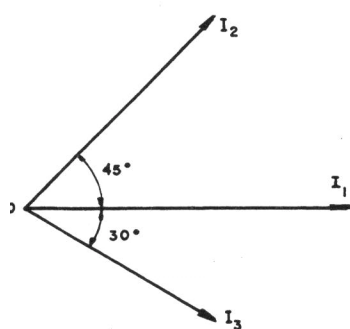


Fig. 14

$$I_1 = 12 \text{ [A]}$$

$$I_2 = 10 \text{ [A]}$$

$$I_3 = 8 \text{ [A]}$$

## 8 - SOMA E SUBTRAÇÃO DE VETORES

Para somar ou subtrair vetores, utiliza-se a regra do paralelogramo.

### 8.1 - Soma:

A figura 15 demonstra que a soma dos vetores é a diagonal do paralelogramo formado pelos vetores  $I_1$  e  $I_2$ .

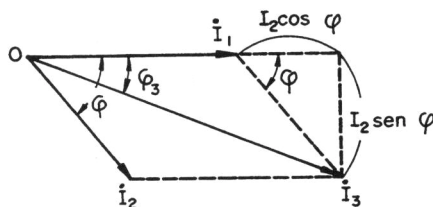


Fig. 15

Da resultante  $I_3 = I_1 + I_2$ , temos:

$$I_3 = \sqrt{(I_1 + I_2 \cos \varphi)^2 + (I_2 \sin \varphi)^2}, \text{ desenvolvendo a equação resulta:}$$

$$I_3 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos \varphi} \quad \text{onde a tangente em relação a resultante será:}$$

$$\tan \varphi_3 = \frac{I_2 \sin \varphi}{I_1 + I_2 \cos \varphi}$$

$$\therefore \varphi_3 = \tan^{-1} \frac{I_2 \sin \varphi}{I_1 + I_2 \cos \varphi}$$

### 8.2 - Subtração:

A figura 16 demonstra que a subtração dos vetores é a diagonal do paralelogramo formado pelos vetores  $I_1$  e  $-I_2$ .

Para se obter a subtração  $I_1 - I_2$  soma-se  $I_1$ , com o simétrico  $-I_2$ .

O vetor  $-I_2$ , simétrico ao vetor  $I_2$  é um vetor do mesmo módulo e direção mas de sentido contrário ao vetor  $I_2$ .



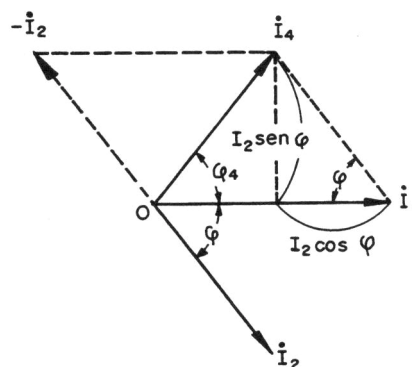


Fig. 16

A resultante do sistema é:

$$I_4 = I_1 - I_2 = I_1 + (-I_2), \text{ tem-se:}$$

$$I_4 = \sqrt{(I_1 - I_2 \cos \varphi)^2 + (I_2 \sin \varphi)^2}, \text{ desenvolvendo a equação resulta:}$$

$$I_4 = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1 I_2 \cos \varphi}, \text{ sendo a tangente:}$$

$$\tan \varphi_4 = \frac{I_2 \sin \varphi}{I_1 - I_2 \cos \varphi} \quad \therefore \quad \varphi_4 = \tan^{-1} \frac{I_2 \sin \varphi}{I_1 - I_2 \cos \varphi}$$

Exemplo:

Determinar os valores eficazes das correntes  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  e representá-los em diagrama vetorial.

$$i_1 = 5 \sqrt{6} \sin(\omega t + 60^\circ)$$

$$i_2 = 5 \sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ)$$

$$i_3 = i_1 + i_2$$

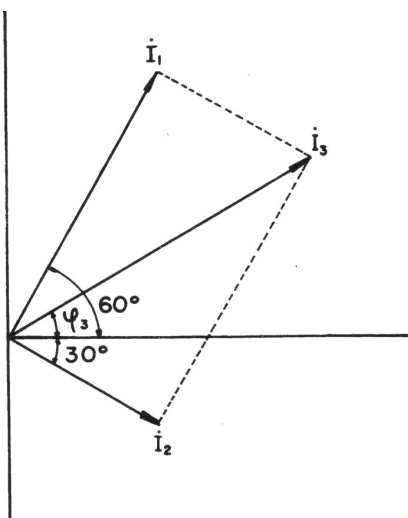
Solução:

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{m1} = \frac{1}{\sqrt{2}} 5 \sqrt{6} = \frac{1}{\sqrt{2}} 5 \sqrt{3} \sqrt{2} = 5 \sqrt{3} \quad \therefore \quad I_1 = 5 \sqrt{3} \text{ [A]}$$

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{m2} = \frac{1}{\sqrt{2}} 5 \sqrt{2} = 5 \quad \therefore \quad I_2 = 5 \text{ [A]}$$

$$\varphi_3 = \tan^{-1} \frac{I_1 \sin 60^\circ - I_2 \sin 30^\circ}{I_1 \cos 60^\circ + I_2 \cos 30^\circ}$$

$$\varphi_3 = \tan^{-1} \frac{5}{5 \sqrt{3}} = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = 30^\circ$$



$$\therefore \varphi_3 = 30^\circ$$

$$I_3 = \sqrt{(I_1 \cos 60^\circ + I_2 \cos 30^\circ)^2 + (I_1 \sin 60^\circ - I_2 \sin 30^\circ)^2}$$

$$I_3 = \sqrt{(5 \sqrt{3} \cdot 1/2 + 5 \cdot \sqrt{3}/2)^2 + (5 \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}/2 - 5 \cdot 1/2)^2}$$

$$I_3 = \sqrt{(5 \sqrt{3})^2 + 5^2} = \sqrt{100} = 10 \quad \therefore I_3 = 10 \text{ [A]}$$

Exemplo:

Determinar os valores eficazes das tensões  $e_1$ ,  $e_2$  e  $e_3$  e representá-los em diagrama vetorial.

$$e_1 = 120 \sqrt{6} \sin(\omega t + 15^\circ)$$

$$e_2 = 120 \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$$

$$e_3 = e_1 - e_2$$

Solução:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{m1} = \frac{1}{\sqrt{2}} 120\sqrt{6} = \frac{1}{\sqrt{2}} 120\sqrt{3}\sqrt{2} = 120\sqrt{3} \quad \therefore E_1 = 120\sqrt{3} \text{ [V]}$$

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} E_{m2} = \frac{1}{\sqrt{2}} 120\sqrt{2} = 120 \quad \therefore E_2 = 120 \text{ [V]}$$

$$\varphi_3 = \tan^{-1} \frac{E_1 \sin 15^\circ - E_2 \sin 45^\circ}{E_1 \cos 15^\circ - E_2 \cos 45^\circ}$$

$$\varphi_3 = \tan^{-1} \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = -15^\circ$$

$$\varphi_3 = -15^\circ$$

$$E_3 = \sqrt{(E_1 \cos 15^\circ - E_2 \cos 45^\circ)^2 + (E_1 \sin 15^\circ - E_2 \sin 45^\circ)^2}$$

$$E_3 = \sqrt{\left[ \frac{120\sqrt{2}}{4} (1 + \sqrt{3}) \right]^2 + \left[ \frac{120\sqrt{2}}{4} (1 - \sqrt{3}) \right]^2} \quad \therefore E_3 = 120 \text{ [V]}$$

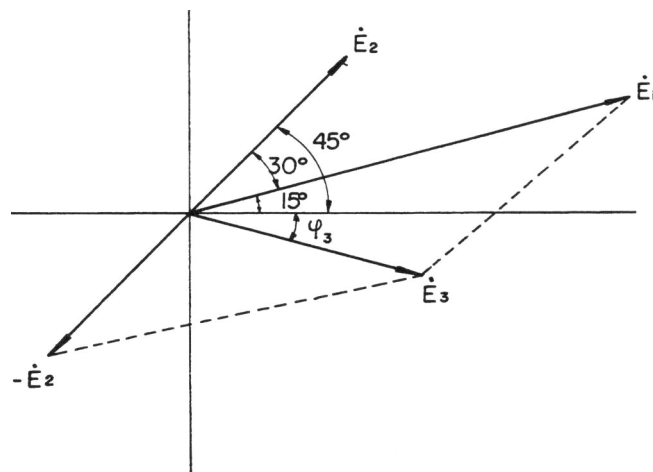


Fig. 18

Observação:

Existem diversos triângulos retângulos que são utilizados para facilitar o cálculo. A figura 19 mostra os principais.

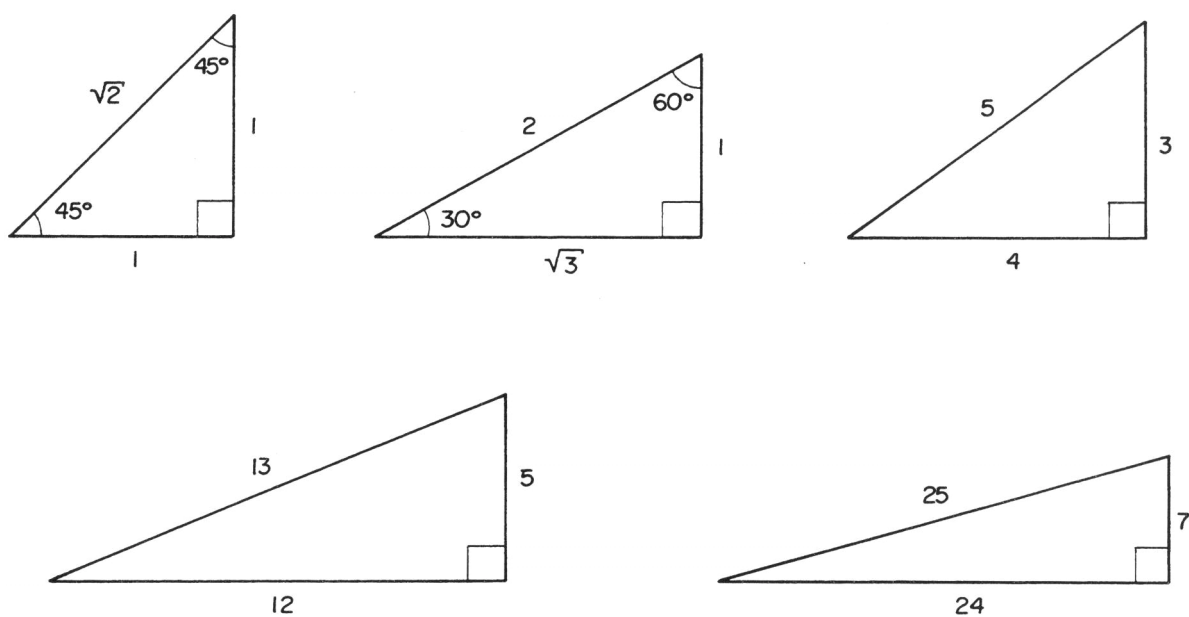


Fig. 19

## CIRCUITOS BÁSICOS DA CORRENTE ALTERNADA RLC

### 1 - CIRCUITO RESISTIVO PURO

Quando um circuito resistivo puro de resistência  $R[\Omega]$  é alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal  $V = V_{\text{máx}} \sin \omega t [V]$  (figura 1(a)), a corrente  $i [A]$ , que atravessa o circuito, será dada pela LEI DE OHM:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V_{\text{máx}}}{R} \sin \omega t = I_{\text{máx}} \sin \omega t.$$

Onde:

$$I_{\text{máx}} = \frac{V_{\text{máx}}}{R}$$

Esta corrente é a onda senoidal em fase com a tensão (figura 1 (b))

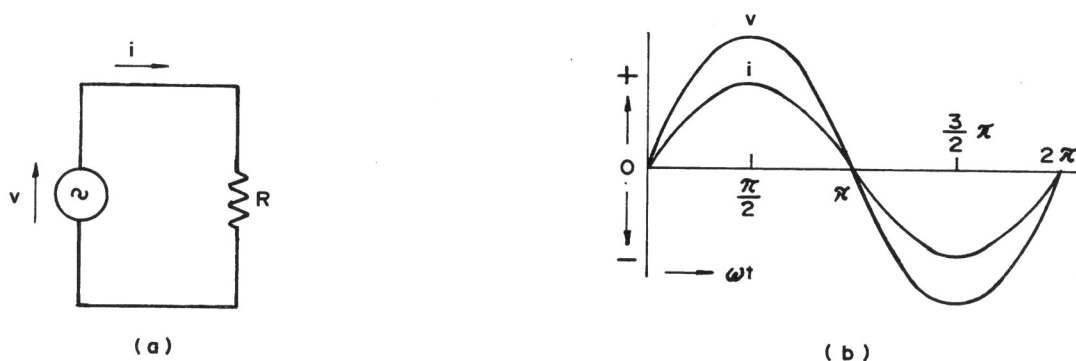


Fig. 1

Sabemos que  $I = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$  e  $V = \frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$

Como  $I_{\text{máx}} = \frac{V_{\text{máx}}}{R}$ , dividindo ambos os membros por  $\sqrt{2}$ , temos:

$$\frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \frac{V_{\text{máx}} / \sqrt{2}}{R} \therefore I = \frac{V}{R} \text{ ou } V = RI$$

A figura 2(a) mostra o circuito resistivo puro, com os valores eficazes de corrente  $I$  e tensão  $V$ , determinados a partir dos valores instantâneos. A figura 2(b) mostra o diagrama vetorial de  $I$  e  $V$ , traçados um sobreposto ao outro, isto é, estão em fase.

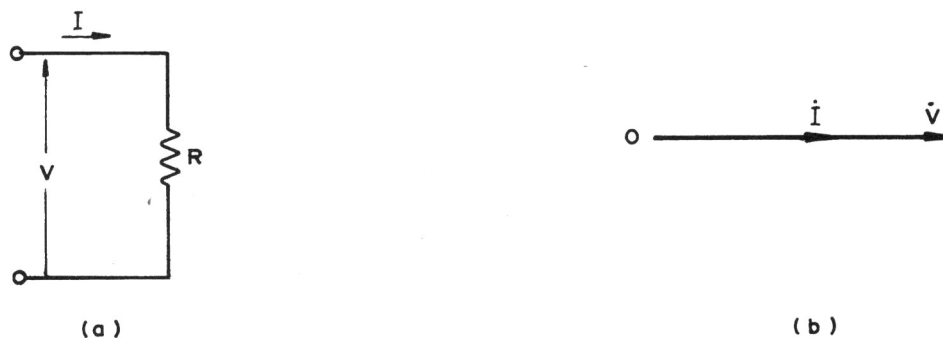


Fig. 2

Conclui-se que o circuito resistivo, alimentado com corrente alternada tem o comportamento igual ao de corrente contínua

Exemplo:

Dado um circuito alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de 120 [V], 60 [Hz], formado por uma carga  $R$  de 30 [Ω] (figura 3), determinar sua corrente e o defasamento entre corrente e tensão.

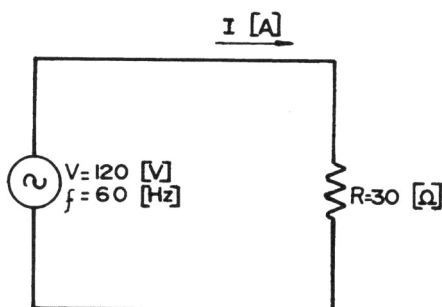


Fig. 3

Solução:

Sabemos que pela lei de OHM, aplicada a circuitos de corrente alternada, temos:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120}{30} = 4 \quad \therefore I = 4[A]$$

O defasamento entre a tensão e corrente em um circuito puramente resistivo será de  $0^\circ$

## 2 - CIRCUITO INDUTIVO PURO

Quando um circuito indutivo puro de auto indutância  $L$  [H] é alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal  $v$  [V] e atravessado por uma corrente  $i = I_{\text{máx}} \sin \omega t$  [A] (figura 4(a)); sabemos que a corrente varia com o tempo e induz na bobina uma f.e.m.  $e$  [V], que é igual à tensão de alimentação e é dada pela equação abaixo:

$$v = e = L \frac{\Delta i}{\Delta t} \text{ sendo } \Delta i \text{ [A] a variação de corrente e } \Delta t \text{ [s] um intervalo de tempo.}$$

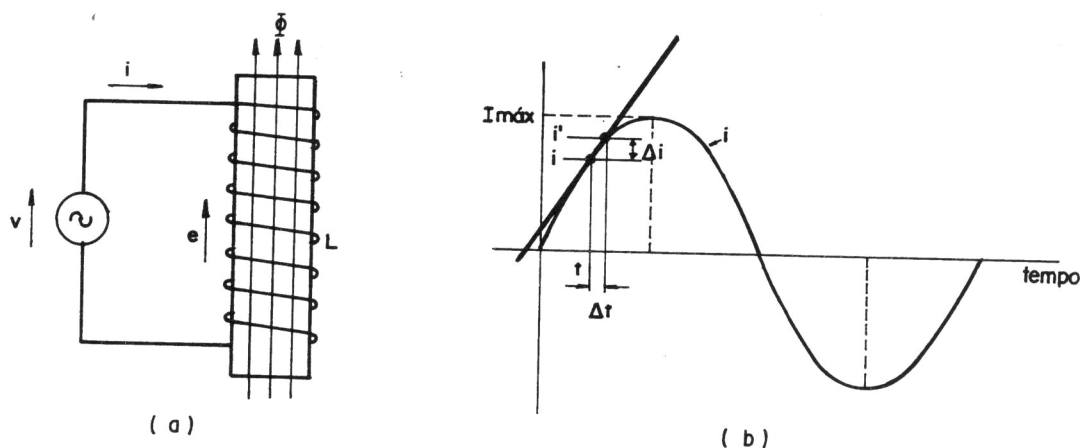


Fig. 4

Na figura 4(b), sabemos que  $i = I_{\text{máx}} \sin \omega t$ , no tempo  $t$ .

Acrescendo o tempo ( $t$ ) de  $\Delta t$ , teremos:

$$i' = I_{\text{máx}} \sin \omega (t + \Delta t), \text{ resolvendo a equação:}$$

$$i' = I_{\text{máx}} (\sin \omega t \cos \omega \Delta t + \cos \omega t \sin \omega \Delta t),$$

Sabemos que  $\Delta t$  é um valor infinitamente pequeno, logo:

$$\cos \omega \Delta t \cong 1 \text{ e } \sin \omega \Delta t \cong \omega \Delta t$$

Nesta situação a equação  $i'$ , resulta:

$$i' = I_{\text{máx}} \sin \omega t + I_{\text{máx}} \omega \Delta t \cos \omega t$$

Substituindo na equação:

$$v = L \frac{\Delta i}{\Delta t}, \text{ temos:}$$

$$\begin{aligned} v &= L \frac{\Delta i}{\Delta t} = L \frac{i' - i}{\Delta t} = L \frac{(I_{\text{máx}} \sin \omega t + I_{\text{máx}} \omega \Delta t \cos \omega t) - I_{\text{máx}} \sin \omega t}{\Delta t} \\ &= L \frac{I_{\text{máx}} \omega \Delta t \cos \omega t}{\Delta t} = \omega L I_{\text{máx}} \cos \omega t = V_{\text{máx}} \sin (\omega t + 90^\circ) \end{aligned}$$

Onde:

$$V_{\text{máx}} = \omega L \cdot I_{\text{máx}}$$

Esta tensão está defasada em relação à corrente de  $90^\circ$  em adiantamento.

A análise do circuito indutivo puro feita até aqui foi considerada com referência à corrente  $i$ .

Considerando a

Considerando a tensão de referência  $v = V_{\text{máx}} \sin \omega t$ , teremos a corrente  $i = I_{\text{máx}} \sin (\omega t - 90^\circ)$  (figura 5).

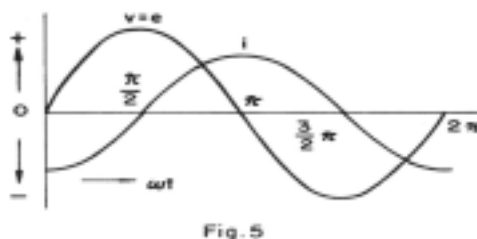


Fig. 5

Sabemos que  $I = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$  e  $V = \frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$

Como  $V_{\text{máx}} = \omega L I_{\text{máx}}$ , dividindo ambos os membros por  $\sqrt{2}$  temos:

$$\frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \omega L \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \quad \therefore V = \omega L I \text{ ou } i = \frac{V}{\omega L}$$

A figura 6(a) mostra o circuito indutivo puro, com os valores eficazes de corrente  $I$  e tensão  $V$ , determinados a partir dos valores instantâneos.

As figuras 6(b) e 6(c) mostram os diagramas vetoriais de  $I$  e  $V$ , defasados de  $90^\circ$ , sendo na figura 6(b) a referência é  $V$  e  $I$  está atrasado, e na figura 6(c) a referência é  $I$  e  $V$  está adiantado.

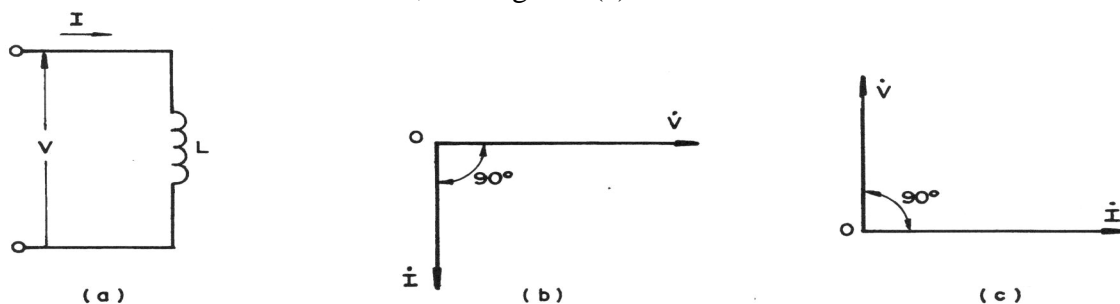


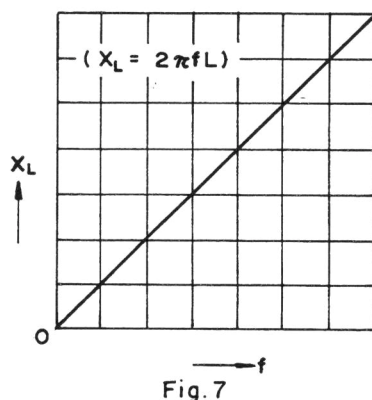
Fig. 6

A função  $\omega L$  relaciona tensão e corrente num circuito indutivo, com resistência à passagem da corrente alternada. É chamada de reatância indutiva, simbolizada por  $X_L$  e unidade  $[\Omega]$ . Tem-se que:

$$\begin{aligned} X_L &= \omega L = 2\pi f L \\ V &= 2\pi f L I = X_L I \\ I &= \frac{V}{2\pi f L} = \frac{V}{X_L} \end{aligned}$$

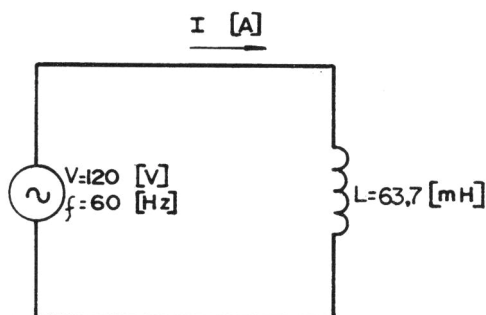
O valor da reatância indutiva  $X_L$  é diretamente proporcional à frequência  $f$  (figura 7), e quando a frequência diminui, a corrente aumenta inversamente.





Exemplo:

Dado um circuito alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de 120 [V], 60 [Hz], formado por uma bobina ideal de indutância de 63,7 [mH], (figura 8), determinar a reatância indutiva e a corrente. Se a frequência for aumentada para 120 [Hz] o que ocorre com a corrente ?



Solução:

Para calcularmos a corrente através da bobina, temos que saber qual será sua reatância.

$$X_L = 2 \pi f \cdot L = 2 \pi \times 60 \times 0,0637 = 24 \quad \therefore X_L = 24 \text{ [ } \Omega \text{ ]}$$

Logo, a corrente será:

$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{120}{24} = 5 \quad \therefore I = 5 \text{ [A]}$$

Em um circuito puramente indutivo, a corrente está atrasada 90° em relação à tensão. No caso da frequência aumentar para 120 [Hz], temos:

$$X_L' = 2 \pi \cdot f' \cdot L = 2 \pi \cdot 2f \cdot L = 2 \cdot 2 \pi f L = 2 X_L = 2 \times 24 \quad \therefore X_L' = 48 \text{ [ } \Omega \text{ ]}$$

Logo:

$$I' = \frac{V}{X_L'} = \frac{120}{48} = 2,5 \quad \therefore I' = 2,5 \text{ [A]}$$

### 3 - CIRCUITO CAPACITIVO PURO

Quando um circuito capacitivo puro, de capacitância  $C$  [F] é alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal  $v = V_{\text{máx}} \sin \omega t$  [V] (figura 9(a)), provoca a distribuição de uma carga elétrica  $q$  [C] sobre as placas do capacitor, que é dada pela relação  $q = Cv$ . Substituindo temos:

$$q = C V_{\text{máx}} \sin \omega t$$

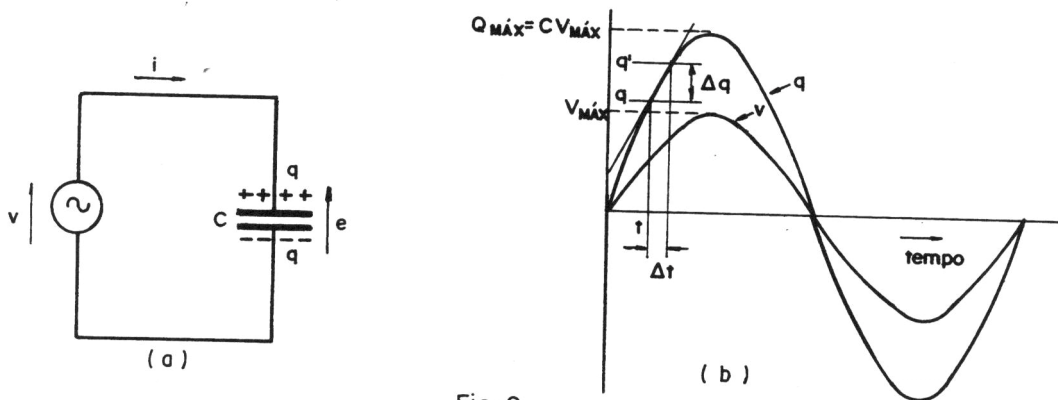


Fig. 9

A corrente  $i$  é dada pela equação:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

sendo  $\Delta q$  [C] a variação da carga elétrica e  $\Delta t$  [s] um intervalo de tempo.

Na figura 9(b), sabemos que  $q = C V_{\text{máx}} \sin \omega t$ , no tempo ( $t$ ).

Acrescendo o tempo ( $t$ ) de ( $\Delta t$ ), teremos:

$q' = C V_{\text{máx}} \sin \omega (t + \Delta t)$ , aplicando na equação teremos:

$$\begin{aligned} i &= \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q' - q}{\Delta t} = \frac{C V_{\text{máx}} \sin \omega (t + \Delta t) - C V_{\text{máx}} \sin \omega t}{\Delta t} \\ &= C V_{\text{máx}} \cdot \frac{(\sin \omega t \cos \omega \Delta t + \cos \omega t \sin \omega \Delta t) - \sin \omega t}{\Delta t} \end{aligned}$$

Sabemos que  $\Delta t$  é um valor infinitamente pequeno, logo:

$$\cos \omega \Delta t \cong 1 \text{ e } \sin \omega \Delta t \cong \omega \Delta t$$

Nesta situação a equação  $i$ , resulta:

$$i = C V_{\text{máx}} \omega \cos \omega t = \omega C V_{\text{máx}} \sin (\omega t + 90^\circ) = I_{\text{máx}} \sin (\omega t + 90^\circ)$$

Onde:

$$I_{\text{máx}} = \omega C V_{\text{máx}}$$

Esta corrente está defasada em relação à tensão de  $90^\circ$  em adiantamento.

A análise do circuito capacitivo puro, feita até aqui foi considerada com referência à corrente  $i$ . Considerando a tensão  $v = V_{\text{máx}} \sin \omega t$ , teremos a corrente  $i = I_{\text{máx}} \sin (\omega t + 90^\circ)$  (figura 10).

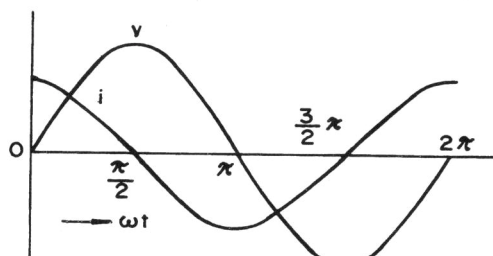


Fig. 10

Sabemos que  $I = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$  e  $V = \frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$

Como  $I_{\text{máx}} = \omega C V_{\text{máx}}$ , dividindo ambos os membros por  $\sqrt{2}$ , temos:

$$\frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} = \omega C \frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \quad \therefore \quad i = \omega C V \quad \text{ou} \quad V = \frac{i}{\omega C}$$

A figura 11 (a) mostra o circuito capacitivo puro, com os valores eficazes de corrente  $I$  e tensão  $V$ , determinados a partir dos valores instantâneos. As figuras 11 (b) e 11 (c) mostram os diagramas vetoriais de  $I$  e  $V$ , defasados de  $90^\circ$ , sendo, na figura 11 (b), a referência é  $V$  e  $I$  está adiantada, e na figura 11 (c) a referência é  $I$  e  $V$  está atrasado.

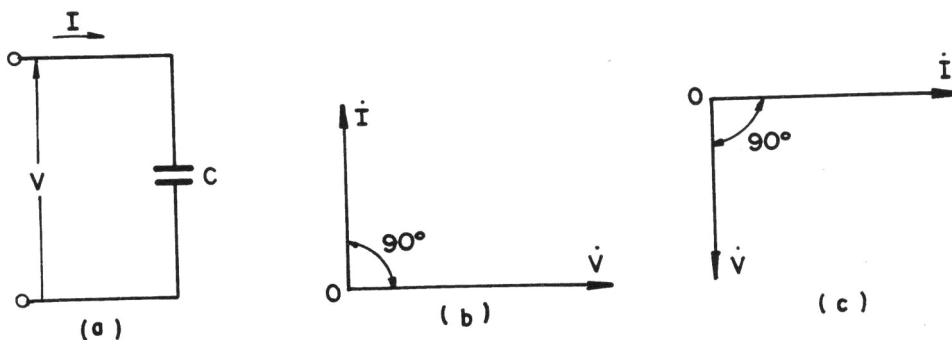


Fig. 11

A função  $1/\omega C$  relaciona tensão e corrente num circuito capacitivo, como resistência à passagem de corrente alternada. É chamada de reatância capacitiva, simbolizada por  $X_C$  e unidade  $[\Omega]$ . Tem-se que:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$V = \frac{1}{2\pi f C} = X_C I$$

$$I = 2\pi f C V = \frac{V}{X_C}$$

O valor da reatância capacitiva  $X_C$  é inversamente proporcional a frequência  $f$ , (figura 12), e quando a frequência aumenta, a corrente aumenta diretamente.

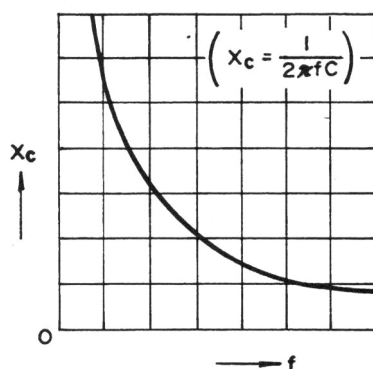


Fig. 12

Exemplo: Dado um circuito alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de 120 [V], 60 [Hz], formado por um capacitor de capacitância de 66,3 [ $\mu$ F] (figura 13), determinar a reatância capacitiva e a corrente. Se a frequência for aumentada para 120 [Hz], o que ocorre com a corrente ?

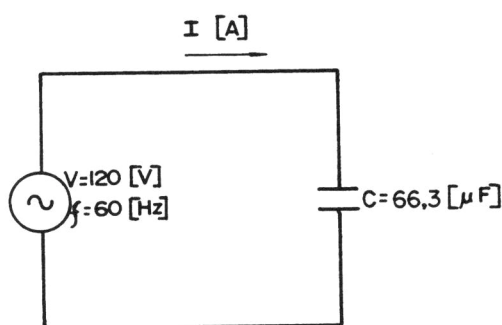


Fig. 13

Solução:

Para calcularmos a corrente através do capacitor teremos que saber qual será sua reatância

$$X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \times 60 \times 66,3 \times 10^{-6}} = \frac{1}{0,025} = \therefore X_C = 40 \text{ [}\Omega\text{]}$$

Logo a corrente será:

$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{120}{40} = 3 \therefore I = 3 \text{ [A]}$$

Em um circuito puramente capacitivo, a corrente está adiantada  $90^\circ$  em relação à tensão. No caso da frequência aumentar para 120 Hz, temos:

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 2f \cdot C} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2} X_c = \frac{1}{2} \times 40 \therefore X'_c = 20 [\Omega]$$

Logo:

$$I' = \frac{V}{X'_c} = \frac{120}{20} = 6 \therefore I' = 6[A]$$

#### 4-CIRCUITO RL EM SÉRIE

Na figura 14(a) temos um circuito RL em série, ou seja, uma resistência  $R [\Omega]$  e uma indutância  $L [H]$ , ligados em série, alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de tensão  $V [V]$ , corrente  $I [A]$  e frequência  $f [Hz]$ .

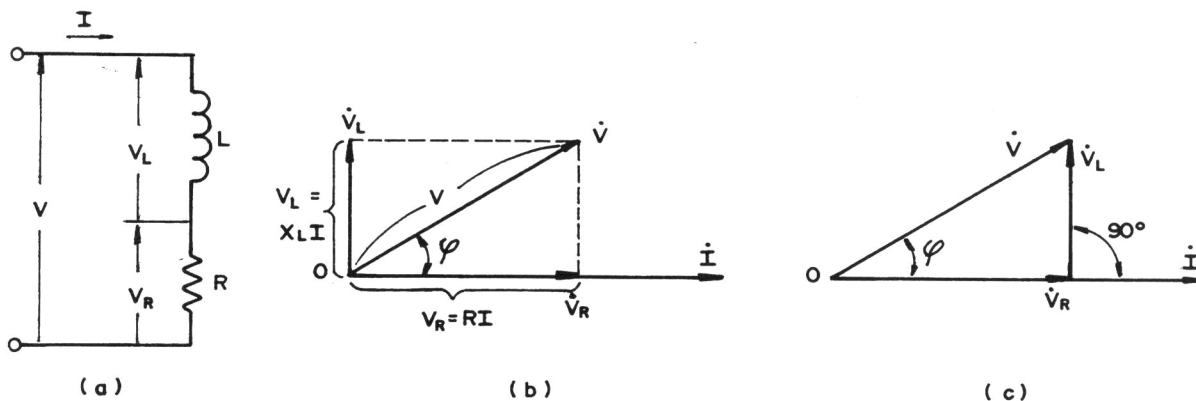


Fig. 14

Sendo as tensões entre os terminais de  $R$  e  $L$ ,  $V_R$  e  $V_L$ ; temos:

$$V_R = RI$$

$$V_L = X_L I = 2\pi f L I$$

Sabemos que  $V_R$  está em fase com  $I$ , e  $V_L$  está adiantado de  $90^\circ$  em relação a  $I$ , e a soma vetorial de  $V_R$  e  $V_L$  é a tensão de alimentação  $V$ . Em um circuito RL série, geralmente utiliza-se como vetor de referência o  $I$  (figura 14(b)). Na figura 14(c) temos o mesmo diagrama vetorial, onde foi trasladado o vetor  $V_L$ , formando o triângulo de tensões do circuito RL série.

Dos diagramas vetoriais, temos:

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{(RI)^2 + (X_L I)^2} = \sqrt{R^2 + X_L^2} \cdot I$$

$$\therefore I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Sendo o ângulo de defasamento  $\phi$ ,

$$\tan \varphi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{X_L I}{R I} = \frac{X_L}{R} \therefore \varphi = \tan^{-1} \frac{X_L}{R}$$

A função  $\sqrt{R^2 + X_L^2}$  relaciona tensão e corrente num circuito RL em série, como resistência à passagem da corrente alternada. É chamado de IMPEDÂNCIA, simbolizada por Z, e unidade [  $\Omega$  ]. Tem-se que:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL)^2}$$

$$I = V/Z$$

$$V = ZI$$

A expressão  $V = ZI$ , define a Lei de OHM, relativa ao circuito indutivo composto por resistência R e indutância L, ou pela impedância Z. Analisando o triângulo das tensões V,  $V_R$  e  $V_L$  (figura 15(a)) e dividindo as tensões pela corrente I, este se transformará em outro triângulo semelhante. (Figura 15(b)), chamado de Triângulo da Impedância.

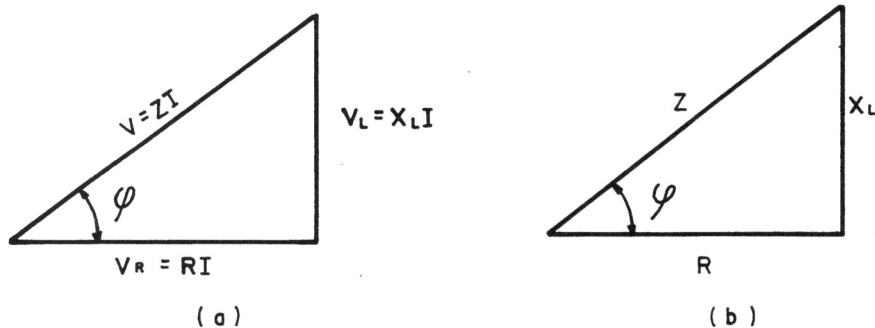


Fig. 15

Deste triângulo podemos determinar as importantes relações que fornecem as funções trigonométricas do ângulo de defasamento  $\varphi$ , que depende de R e  $X_L$ .

Da figura 15(b) temos:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z} = \frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{X_L}{R}$$

Exemplo: Dado um circuito em série, de um resistor de resistência  $R = 48 [\Omega]$  e um indutor de reatância  $X_L = 36 [\Omega]$  alimentado por uma tensão alternada senoidal  $V = 120[V]$  (figura 16); determinar:

- A impedância
- A corrente
- A tensão nos terminais do resistor
- A tensão nos terminais do indutor
- O ângulo de defasamento
- O diagrama vetorial das tensões e da corrente.

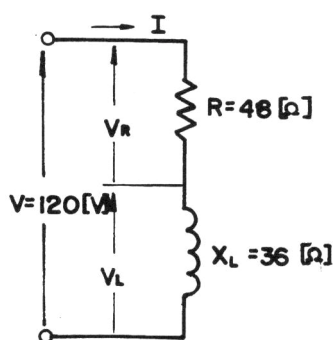


Fig. 16

Solução:

- a) Impedância  $Z$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{48^2 + 36^2} = \sqrt{3600} = 60 \therefore Z = 60 [\Omega]$$

- b) Corrente  $I$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120}{60} = 2 \therefore I = 2 [A]$$

- c) Tensão  $V_R$

$$V_R = RI = 48 \times 2 = 96 \therefore V_R = 96 [V]$$

- d) Tensão  $V_L$

$$V_L = X_L I = 36 \times 2 = 72 \therefore V_L = 72 [V]$$

- e) Ângulo  $\phi$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_L}{R} = \tan^{-1} \frac{36}{48} = 36,9 \therefore \phi = 36,9 [^\circ]$$

- f) Diagrama vetorial (figura 17).

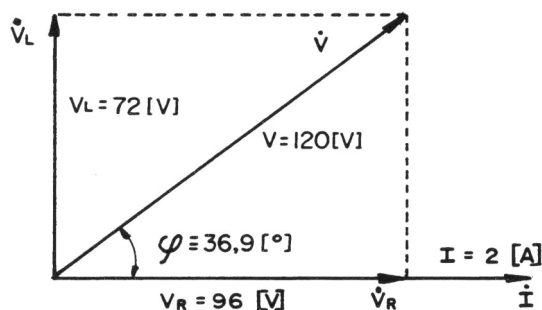


Fig. 17

## 5 - CIRCUITO RC EM SÉRIE

Na figura 18(a) temos um circuito RC em série, ou seja, uma resistência  $R$  [ $\Omega$ ] e uma capacitância  $C$  [F], ligados em série, alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de tensão  $V$  [V], corrente  $I$  [A] e frequência  $f$  [Hz].

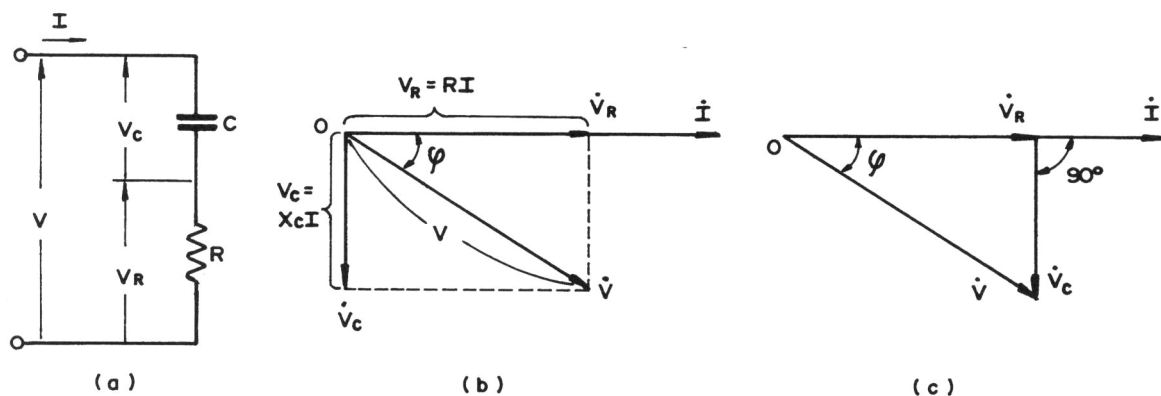


Fig. 18

Sendo as tensões entre os terminais de  $R$  e  $C$ ,  $V_R$  e  $V_C$  temos:

$$V_R = RI$$

$$V_C = X_C I = \frac{1}{2\pi f C} I$$

Sabemos que  $V_R$  está em fase com  $I$ ,  $V_C$  está atrasado de  $90^\circ$  em relação a  $I$ , e a soma vetorial de  $V_R$  e  $V_C$  é a tensão de alimentação  $V$ . Em um circuito RC série, geralmente utiliza-se como vetor de referência o  $I$  (figura 18(b)). Na figura 18(c) temos o mesmo diagrama vetorial, onde foi trasladado o vetor  $V_C$ , formando o triângulo de tensões do circuito RC série.

Dos diagramas vetoriais, temos:

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = \sqrt{(RI)^2 + (X_C I)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2} \cdot I$$

$$\therefore I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$



$$R^2 + X_C^2$$

Sendo o ângulo de defasamento,

$$\tan \varphi = \frac{V_C}{V_R} = \frac{X_C I}{R I} = \frac{X_C}{R} \quad \therefore \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{X_C}{R}$$

Analogamente, como foi determinado em relação ao circuito RL em série, temos:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + (1 / 2\pi f C)^2}$$

$$I = V / Z$$

$$V = ZI$$

Determinando o triângulo de impedância (figura 19), temos:

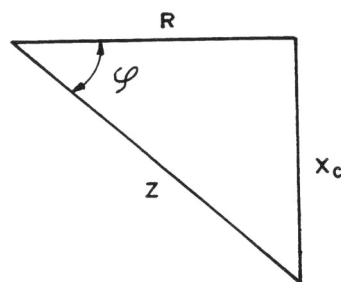


Fig. 19

E suas relações:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\sin \varphi = \frac{X_C}{Z} = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

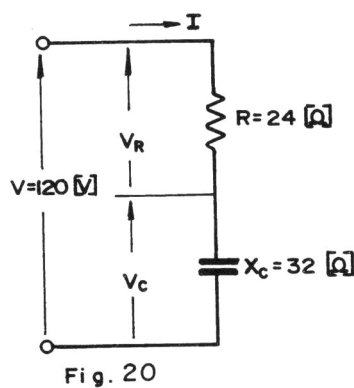
$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \quad \tan \varphi = \frac{X_C}{R}$$

Exemplo:

Dado um circuito em série, de um resistor de resistência  $R = 24 \, [\Omega]$ , e um capacitor de reatância  $X_C = 32 \, [\Omega]$ , alimentado por uma tensão alternada senoidal  $V = 120 \, [V]$  (figura 20); determinar:

- A impedância
- A corrente
- A tensão nos terminais do resistor
- A tensão nos terminais do capacitor

- e) O ângulo de defasamento  
f) O diagrama vetorial das tensões e da corrente.



Solução:

- a) Impedância Z

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{24^2 + 32^2} = \sqrt{1600} = 40 \therefore Z = 40[\Omega]$$

- b) Corrente I

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120}{40} = 3 \therefore I = 3[A]$$

- c) Tensão  $V_R$

$$V_R = RI = 24 \times 3 = 72 \therefore V_R = 72 [V]$$

- d) Tensão  $V_C$

$$V_C = X_C I = 32 \times 3 = 96[V] \therefore V_C = 96[V]$$

- e) Ângulo  $\phi$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_C}{R} = \tan^{-1} \frac{32}{24} = 53,1 \therefore \phi = 53,1 [^\circ]$$

f) Diagrama vetorial (figura 21).

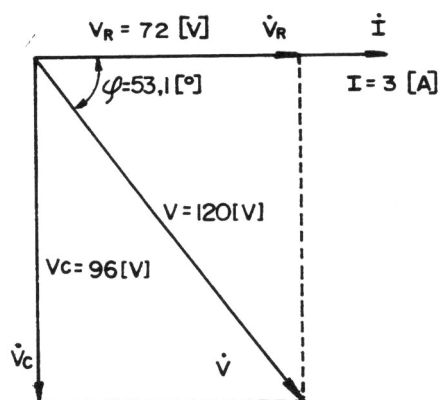


Fig. 21

## 6 - CIRCUITO RLC EM SÉRIE

Na figura 22(a) temos um circuito RLC em série, ou seja, uma resistência  $R$  [ $\Omega$ ], uma indutância  $L$  [H] e uma capacitância  $C$  [F], ligados em série, alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de tensão  $V$  [V], corrente  $I$  [A] e frequência  $f$  [Hz].

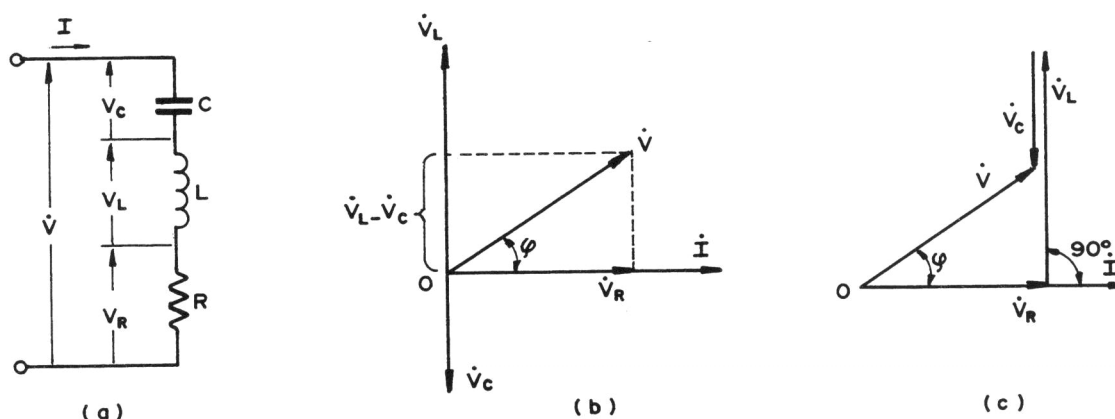


Fig. 22

Sendo as tensões entre os terminais de  $R$ ,  $L$  e  $C$ ;  $V_R$ ,  $V_L$  e  $V_C$ ; temos:

$$V_R = RI$$

$$V_L = X_L I = 2 \pi f L I$$

$$V_C = X_C I = \frac{1}{2 \pi f C} \cdot I$$

Sabemos que  $V_R$  está em fase com  $I$ ,  $V_L$  está adiantado de  $90^\circ$  em relação a  $I$ ,  $V_C$  está atrasado de  $90^\circ$  em relação a  $I$ , e a soma vetorial de  $V_R$  e  $(V_L - V_C)$  é a tensão de alimentação  $V$ . Em um circuito RLC em série, geralmente utiliza-se como vetor de referência o  $I$  (figura 22(b)). Na figura 22(c) temos o mesmo diagrama vetorial, onde foram transladados os vetores  $V_C$  e  $V_L$ , formando o triângulo de tensões do circuito RLC em série. Observa-se que a tensão no capacitor,  $V_C$ , é de sentido contrário à tensão no indutor,  $V_L$ , ocasionando a diferença de potencial  $(V_L - V_C)$  entre o indutor e o capacitor.

Dos diagramas vetoriais, temos:

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{V^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(RI)^2 + (X_L I - X_C I)^2} \\ &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \cdot I \\ \therefore I &= \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \end{aligned}$$

Sendo o ângulo de defasamento,

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{X_L I - X_C I}{RI} = \frac{X_L - X_C}{R} \\ \therefore \phi &= \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} \end{aligned}$$

Analogamente, aos circuitos RL e RC série, temos:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2} \\ I &= V / Z \\ V &= ZI \end{aligned}$$

Analisando o diagrama vetorial da figura 22(b) ou (c), temos o comportamento de um circuito predominantemente indutivo onde:

$$V_L > V_C \text{ e } X_L > X_C$$

Na situação onde  $V_L < V_C$  e  $X_L < X_C$ , temos um circuito predominantemente capacitivo, representado pelo diagrama vetorial da figura 23(a) ou (b).

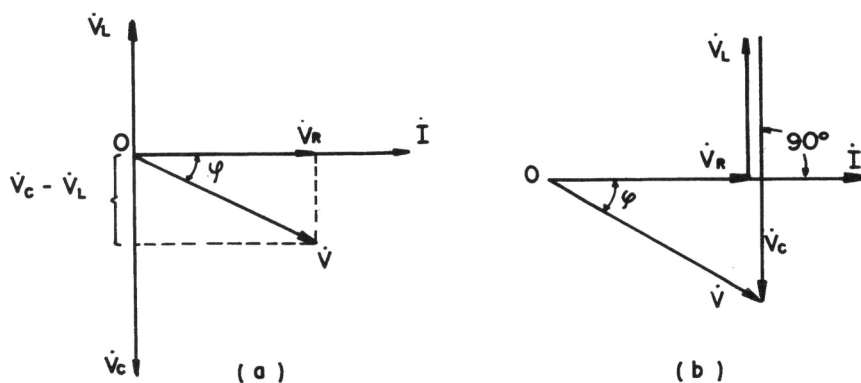


Fig. 23

Exemplo:

Dado um circuito em série, de um resistor de resistência  $R = 64 \, [\Omega]$ , um indutor de reatância  $X_L = 72 \, [\Omega]$  e um capacitor de reatância  $X_C = 24 \, [\Omega]$ , alimentado por uma tensão alternada senoidal  $V = 120 \, [V]$  (figura 24), determinar:

- A impedância
- A corrente
- A tensão nos terminais do resistor
- A tensão nos terminais do indutor
- A tensão nos terminais do capacitor
- O ângulo de defasamento
- O diagrama vetorial das tensões e da corrente

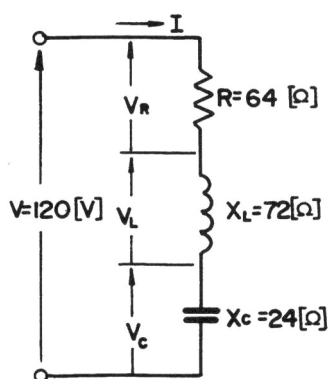


Fig. 24

Solução:

a) Impedância  $Z$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{64^2 + (72 - 24)^2} = \sqrt{6400} = 80 \therefore Z = 80 \, [\Omega]$$

B) Corrente I

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{120}{80} = 1,5 \therefore I = 1,5 \text{ [A]}$$

c) Tensão  $V_R$

$$V_R = RI = 64 \times 1,5 = 96 \therefore V_R = 96 \text{ [V]}$$

d) Tensão  $V_L$

$$V_L = X_L I = 72 \times 1,5 = 108 \therefore V_L = 108 \text{ [V]}$$

e) Tensão  $V_C$

$$V_C = X_C I = 24 \times 1,5 = 36 \therefore V_C = 36 \text{ [V]}$$

f) Ângulo  $\phi$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} = \tan^{-1} \frac{72 - 24}{64} = 36,9 \therefore \phi = 36,9^\circ$$

g) Diagrama vetorial (figura 25).

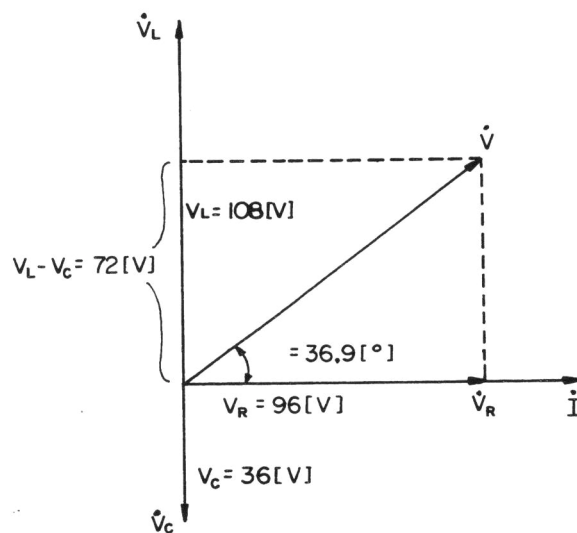


Fig. 25

## 7 - RESSONÂNCIA EM SÉRIE

No circuito da figura 22(a), mantendo a tensão  $V$  [V] e variando a frequência  $f$  [Hz], a reatância ( $X_L - X_C$ ) [ $\Omega$ ] varia. Quando  $V_L = V_C$ , temos um circuito puramente resistivo, e dizemos que o circuito está em ressonância, com a corrente máxima.

A figura 26 mostra o diagrama vetorial do circuito RLC série em ressonância.

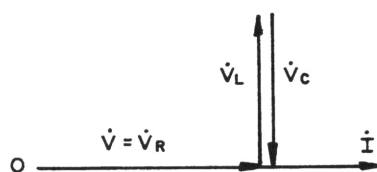


Fig. 26

A frequência de ressonância  $f_r$  (figura 27) é determinada por:

$$X_L = X_C$$

$$2 \pi f_r L = \frac{1}{2 \pi f_r C} \quad \therefore \quad f_r = \frac{1}{2 \pi \sqrt{LC}}$$

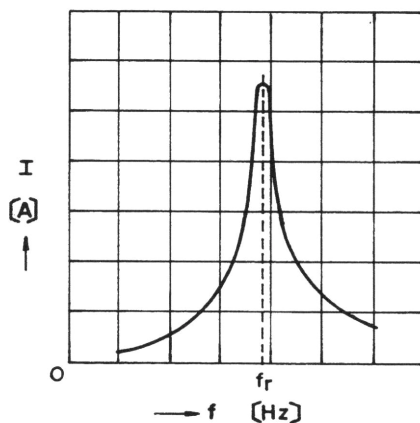


Fig. 27

Quando ocorre a ressonância série, as tensões sobre L e C, são iguais:

$$V_L = V_C, \text{ o que resulta:}$$

$$I = V / R$$

$$V_R = V$$

$$V_L = X_L I = X_L \frac{V}{R} = X_L \frac{V}{R}$$

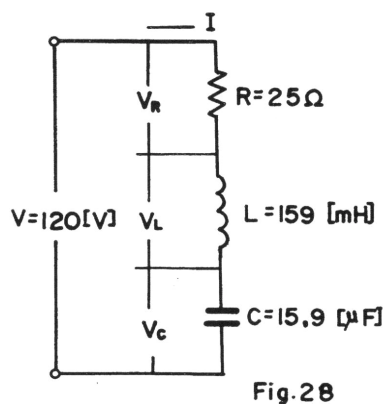
$$V_C = X_C I = X_C \frac{V}{R} = \frac{X_C}{R} V$$

**OBSERVAÇÃO:** Geralmente, no circuito ressonância série, o valor da resistência do conjunto RLC, é muito baixo, o que ocasiona a corrente máxima, resultando a queima do circuito e deterioração do seu isolamento. Para se evitar o problema, é colocado o resistor de limitação R, que faz com que a corrente não atinja valores críticos. Na situação em que:  $X_L > R$ , ou  $X_C > R$ , a tensão nos bornes do capacitor será maior do que a tensão de alimentação, ocasionando o rompimento do isolamento.

Exemplo:

Dado um circuito em série de um resistor de resistência  $R = 25 \text{ } [\Omega]$ , um indutor de indutância  $L = 159 \text{ [mH]}$  e um capacitor de capacitância  $C = 15,9 \text{ } [\mu\text{F}]$ , alimentado por uma tensão alternada  $V = 120 \text{ [V]}$  (figura 28); determinar:

- A frequência de ressonância
- A corrente máxima
- A tensão nos terminais R
- A tensão nos terminais L
- A tensão nos terminais C
- O diagrama vetorial das tensões e da corrente



Solução:

- Frequência de ressonância  $f_r$ .

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{159 \times 10^{-3} \times 15,9 \times 10^{-6}}} = 100 \quad \therefore \quad f_r = 100 \text{ [Hz]}$$

- Corrente máxima I

$$I = \frac{V}{R} = \frac{120}{25} = 4,8 \quad \therefore \quad I = 4,8 \text{ [A]}$$



c) Tensão  $V_R$

$$V_R = V = 120[V]$$

d) Tensão  $V_L$

$$V_L = X_L \cdot I = 2 \pi f L I$$

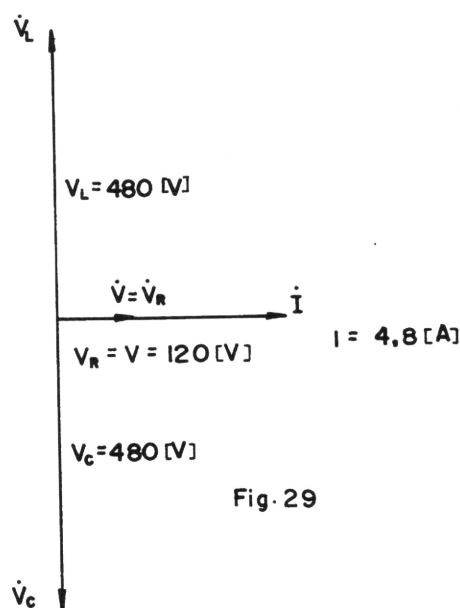
$$= 2 \pi \times 100 \times 159 \times 10^{-3} \times 4,8 = 480$$

$$\therefore V_L = 480 [V]$$

e) Tensão  $V_C$

$$V_C = V_L = 480 [V]$$

f) Diagrama vetorial (figura 29).



## 8 - CIRCUITO RL EM PARALELO

Na figura 30(a) temos um circuito RL paralelo, ou seja, uma resistência  $R [\Omega]$  e uma indutância  $L [H]$  ligados em paralelo, alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de tensão  $V [V]$ , corrente  $I [A]$  e frequência  $f [Hz]$ .

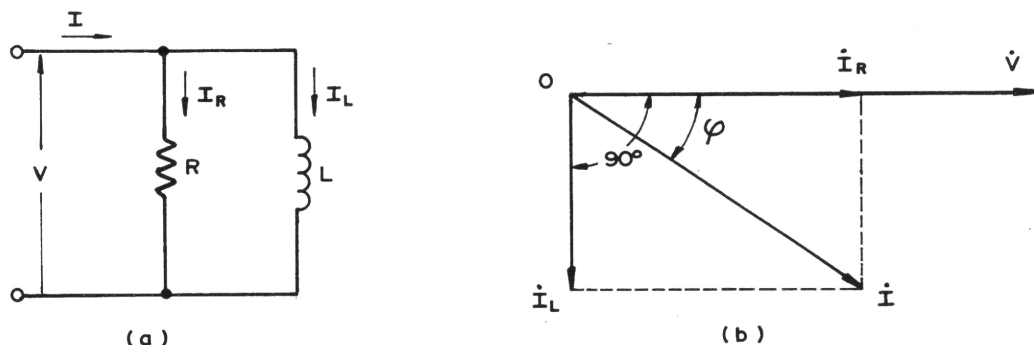


Fig. 30

Sendo as correntes em R e L,  $I_R$  e  $I_L$ ; temos:

$$I_R = V / R$$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{V}{2\pi f L}$$

Sabemos que  $I_R$  está em fase com V, e  $I_L$  está atrasado de  $90^\circ$  em relação à V, e a soma vetorial de  $I_R$  e  $I_L$  é a corrente total I.

Em um circuito RL paralelo, geralmente, utiliza-se como vetor de referência o V (figura 30(b)). Do diagrama vetorial, temos:

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{(V/R)^2 + (V/X_L)^2} = \sqrt{1/R^2 + 1/X_L^2} \cdot V \\ &= \sqrt{1/R^2 + (1/2\pi f L)^2} \cdot V = 1/Z \cdot V = V/Z \end{aligned}$$

Onde:

$$1/Z = \sqrt{1/R^2 + 1/X_L^2} = \sqrt{1/R^2 + 1/(2\pi f L)^2}$$

Sendo o ângulo de defasamento  $\phi$ :

$$\tan \phi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{V/X_L}{V/R} = \frac{R}{X_L}$$

$$\therefore \phi = \tan^{-1} R/X_L$$

Exemplo:

Dado um circuito em paralelo, de um resistor de resistência  $R = 24 [\Omega]$  e um indutor de reatância  $X_L = 10 [\Omega]$ , alimentado por uma tensão alternada senoidal  $V = 120 [V]$  (figura 31), determinar:

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| a) A corrente em R         | b) A corrente em L                                |
| c) A corrente total        | d) A impedância                                   |
| e) O ângulo de defasamento | f) O diagrama vetorial das correntes e da tensão. |

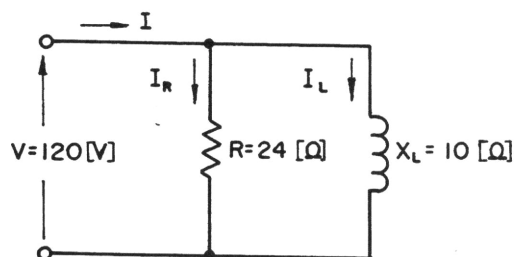


Fig. 31

Solução:

a) Corrente  $I_R$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{120}{24} = 5 \therefore I_R = 5 [A]$$

b) Corrente  $I_L$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{120}{10} = 12 \therefore I_L = 12 [A]$$

c) Corrente  $I$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \therefore I = 13 [A]$$

d) Impedância  $Z$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{120}{13} = 9,23 \therefore Z = 9,23 [\Omega]$$

e) Ângulo  $\phi$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{R}{X_L} = \tan^{-1} \frac{24}{10} = 67,4 \therefore \phi = 67,4 [^\circ]$$

f) Diagrama vetorial (figura 32).

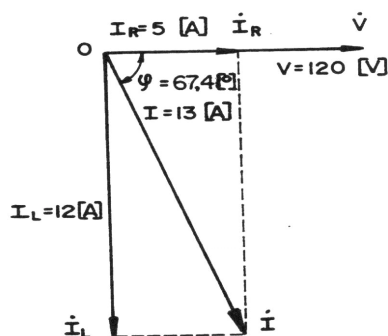


Fig. 32

## 9 - CIRCUITO RC EM PARALELO

Na figura 33(a) temos um circuito RC paralelo, ou seja, uma resistência  $R [\Omega]$  e uma capacitância  $C [F]$  ligados em paralelo, alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de tensão  $V [V]$ , corrente  $I [A]$  e frequência  $f [Hz]$ .

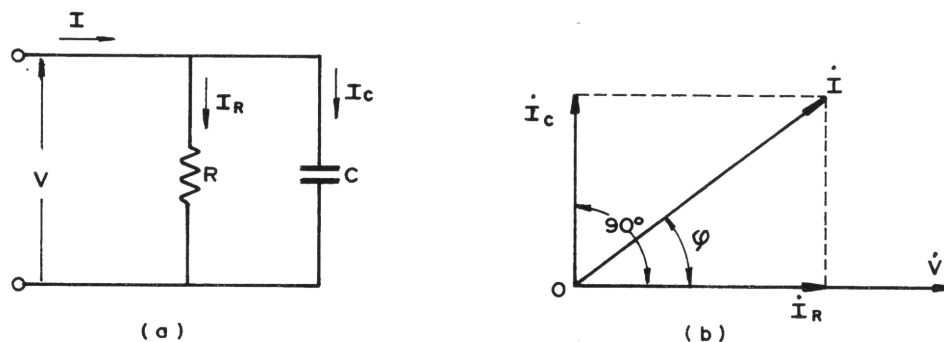


Fig. 33

Sendo as correntes em R e C,  $I_R$  e  $I_C$ ; temos:

$$I_R = V / R$$

$$I_C = \frac{V}{X_C} = 2 \pi f C V$$

Sabemos que  $I_R$  está em fase com  $V$ , e  $I_C$  está atrasado de  $90^\circ$  em relação à  $V$ , e a soma vetorial de  $I_R$  e  $I_C$  é a corrente total  $I$ .

Em um circuito RC paralelo, geralmente, utiliza-se como vetor de referência o  $V$  (figura 33(b)). Do diagrama vetorial, temos:

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{(V/R)^2 + (V/X_C)^2} = \sqrt{1/R^2 + 1/X_C^2} \cdot V \\ &= \sqrt{1/R^2 + (1/2\pi f C)^2} \cdot V = 1/Z \cdot V = V/Z \end{aligned}$$

Onde:

$$1/Z = \sqrt{1/R^2 + 1/X_C^2} = \sqrt{1/R^2 + 1/(2\pi f C)^2}$$

Sendo o ângulo de defasamento  $\phi$ :

$$\tan \phi = \frac{I_C}{I_R} = \frac{V/X_C}{V/R} = \frac{R}{X_C}$$

$$\therefore \phi = \tan^{-1} R/X_C$$

Exemplo:

Dado um circuito em paralelo, de um resistor de resistência  $R = 25 \text{ [}\Omega\text{]}$  e um capacitor de reatância  $X_C = 60 \text{ [}\Omega\text{]}$ , alimentado por uma tensão alternada senoidal  $V = 120 \text{ [V]}$  (figura 34), determinar:

- A corrente em R
- A corrente em C
- A corrente total
- A impedância
- O ângulo de defasamento
- O diagrama vetorial das correntes e da tensão.

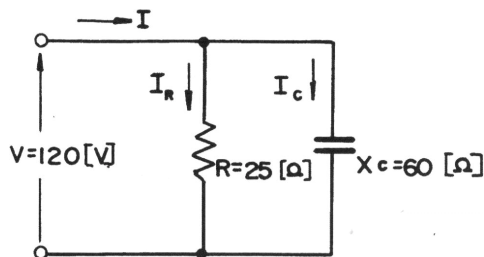


Fig. 34

Solução:

a) Corrente  $I_R$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{120}{25} = 4,8 \quad \therefore \quad I_R = 4,8 \text{ [A]}$$

b) Corrente  $I_C$

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{120}{60} = 2 \quad \therefore \quad I_C = 2 \text{ [A]}$$

c) Corrente  $I$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{4,8^2 + 2^2} = \sqrt{23,04 + 4} = \sqrt{27,04} = 5,2 \quad \therefore \quad I = 5,2 \text{ [A]}$$

d) Impedância  $Z$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{120}{5,2} = 23,1 \quad \therefore \quad Z = 23,1 \text{ [}\Omega\text{]}$$

e) Ângulo  $\varphi$  :

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{R}{X_C} = \tan^{-1} \frac{25}{60} = 22,6 \quad \therefore \quad \varphi = 22,6 \text{ [}^\circ\text{]}$$

f) Diagrama vetorial (figura 35).

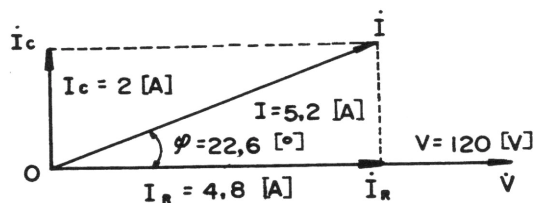


Fig. 35

## 10 - CIRCUITO RLC EM PARALELO

Na figura 36(a) temos um circuito RLC em paralelo, ou seja, uma resistência  $R$  [ $\Omega$ ], uma indutância  $L$  [H] e uma capacitância  $C$  [F], ligados em paralelo, alimentado por uma fonte de tensão alternada senoidal de tensão  $V$  [V], corrente  $I$  [A] e frequência  $f$  [Hz].

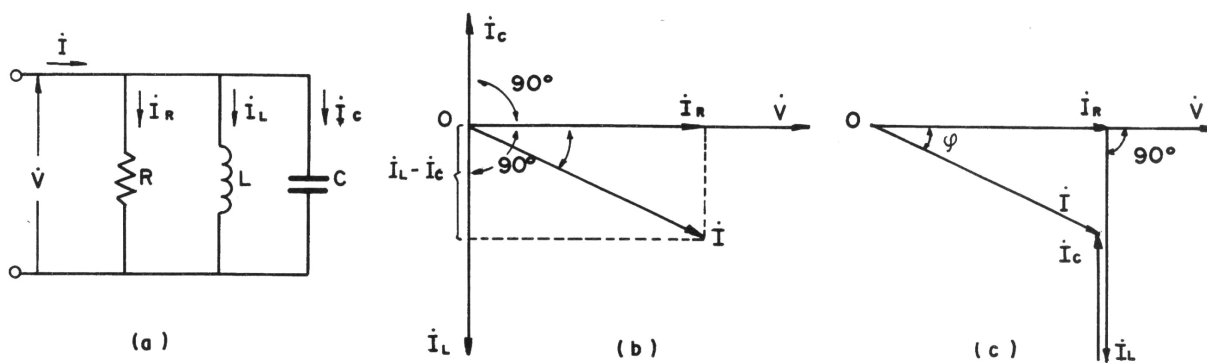


Fig. 36

Sendo as correntes em  $R$ ,  $L$  e  $C$ ;  $I_R$ ,  $I_L$  e  $I_C$ , temos:

$$I_R = \frac{V}{R}$$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{1}{2\pi f L} \cdot V$$

$$I_C = \frac{V}{X_C} = 2\pi f C V$$

Sabemos que  $I_R$  está em fase com  $V$ , e  $I_L$  está atrasado em  $90^\circ$  em relação à  $V$ , e  $I_C$  está adiantado  $90^\circ$  em relação a  $V$ , e a soma vetorial  $I_R$  e  $(I_L - I_C)$  é a corrente total  $I$ .

Em um circuito RLC em paralelo, geralmente, utiliza-se como vetor de referência o  $V$ , (figura 36(b)). Na figura 36(c) temos o mesmo diagrama vetorial, onde foram trasladados os vetores  $I_L$  e  $I_C$ , formando o triângulo de correntes do circuito RLC em paralelo. Observa-se que a corrente no condutor  $L$ ,  $I_L$ , é de sentido contrário à corrente do capacitor  $C$ ,  $I_C$ , ocasionando uma diferença de corrente ( $I_L - I_C$ ), entre o indutor e o capacitor.

Dos diagramas vetoriais, temos:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{V}{R}\right)^2 + \left(\frac{V}{X_L} - \frac{V}{X_C}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2} V$$

$$V = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2} Z$$

$$= \frac{1}{Z} \cdot V = \frac{V}{Z}$$

Onde:

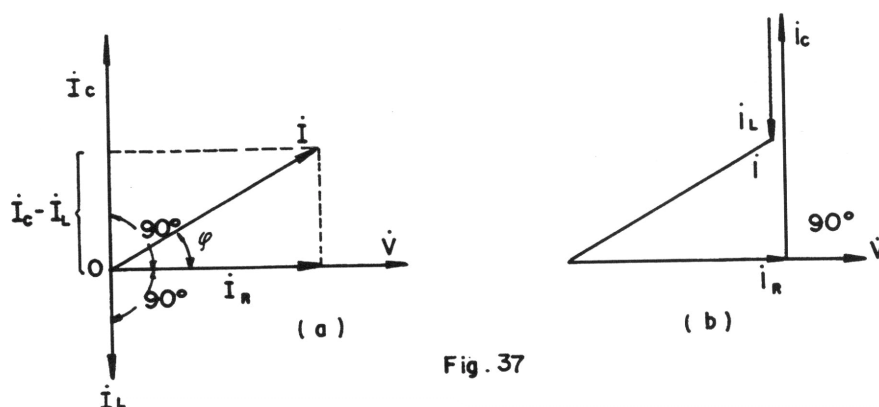
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

Sendo o ângulo de defasamento  $\varphi$ :

$$\tan \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{\frac{V}{X_L} - \frac{V}{X_C}}{\frac{V}{R}} = \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right) R \quad \therefore \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right) R$$

Observar que neste caso, o circuito é predominantemente indutivo (figura 36(b) ou 36(c)), onde  $I_L > I_C$  e  $X_L < X_C$ .

Na situação onde  $I_L < I_C$  e  $X_L > X_C$ , temos um circuito predominantemente capacitivo (figura 37(a) ou 37(b)).



Exemplo: Dado um circuito em paralelo, com um resistor  $R = 50 \text{ } [\Omega]$ , um indutor com  $X_L = 40 \text{ } [\Omega]$  e um capacitor com  $X_C = 60 \text{ } [\Omega]$ , alimentado por uma tensão alternada senoidal  $V = 120 \text{ } [\text{V}]$  (figura 38), determinar:

- A corrente através do resistor
- A corrente através do indutor
- A corrente através do capacitor
- A corrente total
- A impedância
- O ângulo de defasamento
- O diagrama vetorial das correntes da tensão

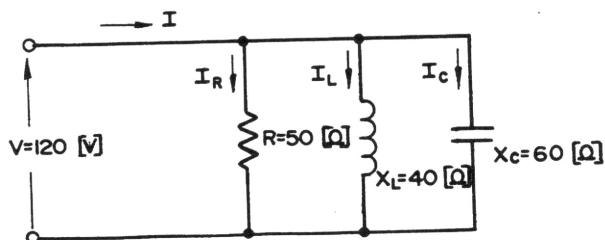


Fig. 38



Solução:

a) Corrente  $I_R$

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{120}{50} = 2,4 \quad \therefore \quad I_R = 2,4 \text{ [A]}$$

b) Corrente  $I_L$

$$I_L = \frac{V}{X_L} = \frac{120}{40} = 3 \quad \therefore \quad I_L = 3 \text{ [A]}$$

c) Corrente  $I_C$

$$I_C = \frac{V}{X_C} = \frac{120}{60} = 2 \quad \therefore \quad I_C = 2 \text{ [A]}$$

d) Corrente  $I$

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{(2,4)^2 + (3 - 2)^2} = \sqrt{6,76} = 2,6 \quad \therefore \quad I = 2,6 \text{ [A]}$$

e) Impedância  $Z$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{120}{2,6} = 46,15 \quad \therefore \quad Z = 46,15 \text{ [ } \Omega \text{ ]}$$

f) Ângulo  $\varphi$

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right) R = \tan^{-1} \left( \frac{1}{40} - \frac{1}{60} \right) \times 50 = 22,6 \quad \therefore \quad \varphi = 22,6^\circ$$

g) Diagrama vetorial (figura 39).

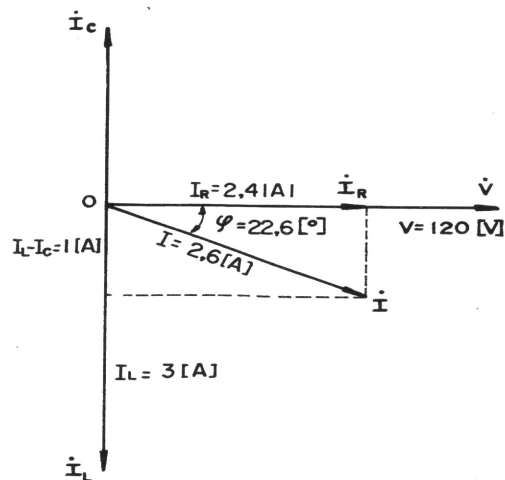


Fig. 39



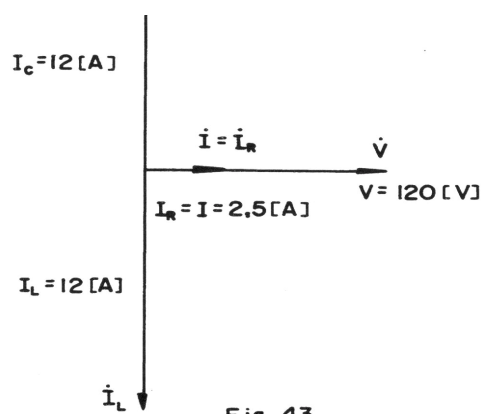


Fig. 43

## POTÊNCIA EM CORRENTE ALTERNADA

### 1 - DEFINIÇÃO

Em um circuito de corrente contínua, temos a tensão  $V$  [V] e a corrente  $I$  [A]. A potência  $P$  [W] é dada por:

$$P = VI$$

Em corrente alternada, tanto a tensão quanto a corrente variam com o tempo, e também a potência. Temos a tensão instantânea  $v = V_{\text{máx}} \sin \omega t$  e defasada de  $\phi$  (rad) da corrente instantânea  $i = I_{\text{máx}} \sin (\omega t - \phi)$ . A potência instantânea  $p$  pode ser calculada por:

$$p = vi$$

$$= V_{\text{máx}} \sin \omega t \cdot I_{\text{máx}} \sin (\omega t - \phi) = \frac{V_{\text{máx}} I_{\text{máx}}}{2} [\cos \phi - (\cos 2 \omega t - \phi)]$$

$$= \frac{V_{\text{máx}} I_{\text{máx}}}{2} \cos \phi - \frac{V_{\text{máx}} I_{\text{máx}}}{2} \cos (2 \omega t - \phi)$$

$$\text{Como } V = \frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \text{ e } I = \frac{I_{\text{máx}}}{\sqrt{2}}$$

$$p = VI \cos \phi - VI \cos (2 \omega t - \phi)$$

Na figura 1 (a) temos as ondas de  $v$ ,  $i$  e  $p$  instantâneos. A potência do ciclo positivo é consumida pelo circuito, e do ciclo negativo é fornecida á fonte de alimentação.

Na figura 1 (b) temos a parcela constante  $VI \cos \phi$

e na figura 1 (c) a parcela dependente do tempo  $-VI \cos (2 \omega t - \phi)$ , com dupla frequência (da tensão e da corrente). A onda da potência  $p$  da figura 1 (a) é a soma das ondas das figuras 1 (b) e 1 (c). Em corrente alternada, a potência  $p$  [W] é dada pelo valor médio da potência instantânea em um período.

Assim, a 2ª parcela  $-VI \cos (2 \omega t - \phi)$  se anula, ficando com:

$$p = VI \cos \phi$$

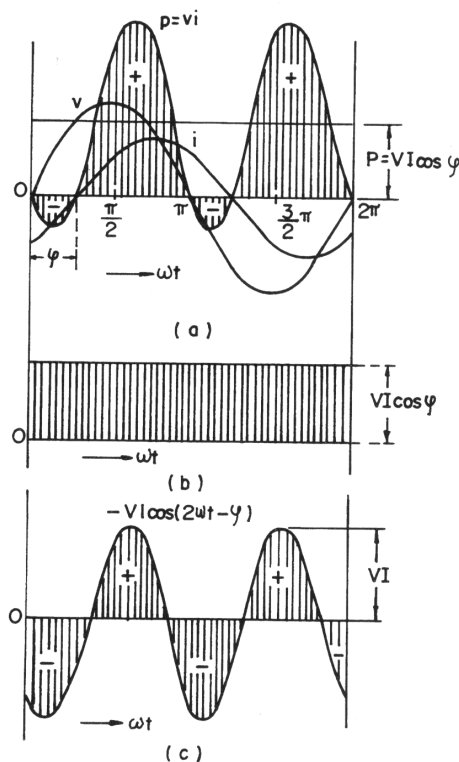


Fig. 1

## 2-CIRCUITO PURAMENTE RESISTIVO

Num circuito puramente resistivo, a tensão e a corrente estão em fase, logo, o ângulo de defasamento  $\varphi = 0 [^\circ]$ . A potência  $P$  será dada por:

$$P = VI \cos \varphi \quad \cos \varphi = \cos 0^\circ = 1$$

$\therefore P = VI$ , que é igual à potência do circuito de corrente contínua.

A figura 2 mostra a curva da potência instantânea do circuito resistivo puro, que será sempre positiva, pois quando a tensão  $v$  e a corrente  $i$  estiverem no semi-ciclo negativo, o seu produto  $p = vi$  será positivo.

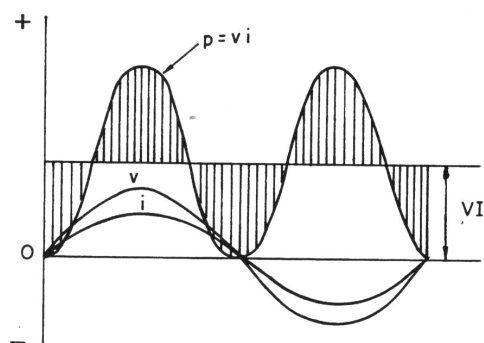


Fig. 2

### 3 - CIRCUITO PURAMENTE INDUTIVO

Num circuito puramente indutivo, a corrente está  $90^\circ$  atrasada da tensão, logo  $\varphi = -90^\circ$  [  $^\circ$  ]. A potência  $P$  será dada por

$$P = VI \cos \varphi \quad \cos \varphi = \cos (-90^\circ) = 0$$

$$\therefore p = 0$$

A figura 3 mostra a curva de potência instantânea do circuito indutivo puro, que é simétrica, de valor médio zero, pois quando a corrente aumenta de zero para seu valor máximo, o indutor armazena energia, que é integralmente devolvida à fonte de alimentação, quando a corrente diminui do valor máximo para zero.

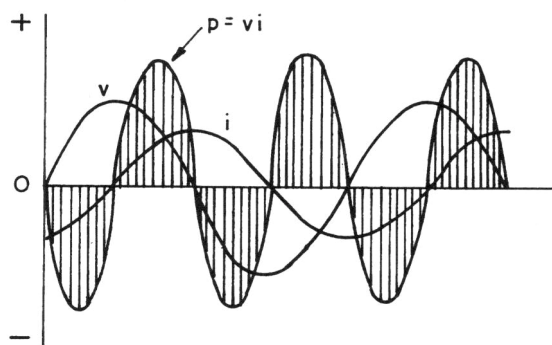


Fig. 3

### 4 - CIRCUITO PURAMENTE CAPACITIVO

Num circuito puramente capacitivo, a corrente está  $90^\circ$  adiantada da tensão, logo  $\varphi = 90^\circ$ . A potência  $P$  será dada por:

$$P = VI \cos \varphi \quad \cos \varphi = \cos 90^\circ = 0$$

$$\therefore P = 0$$

A figura 4 mostra a curva da potência instantânea do circuito capacitivo puro, que também é simétrica, de valor médio zero, pois quando a tensão aumenta de zero para seu valor máximo, o capacitor armazena energia que é integralmente devolvida à fonte de alimentação quando a tensão diminui do valor máximo para zero.

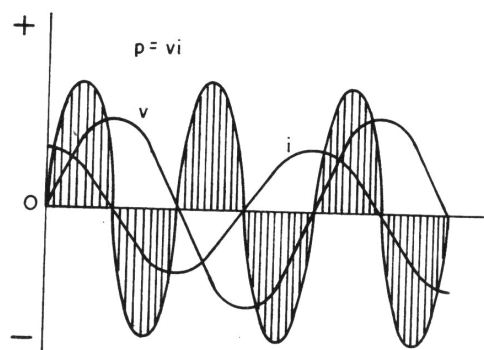


Fig. 4

## 5 . POTÊNCIA REAL (ATIVA)

Como já foi visto, a potência em corrente alternada é dada por  $P = VI \cos \phi$ , que é chamada de potência real (ou ativa) e sua unidade [W] (watt) ou [KW] (quilo-watt). Esta é a potência que realmente se transforma em calor, consumindo energia.

## 6 . POTÊNCIA APARENTE

No circuito de corrente alternada, o produto tensão x corrente ( $V.I$ ) não é potência real. Isto apenas representa uma potência aparente. É simbolizada por  $S$  e usa a unidade [VA] (volt-ampère) ou [KVA] (quilo-volt-ampère).

Logo:

$$s = VI \text{ [VA]}$$

Esta potência é usada quando se identifica a capacidade do transformador, gerador ou outras fontes de alimentação.

## 7 - POTÊNCIA REATIVA

A figura 5(a) apresenta o circuito C.A. com uma carga de impedância  $Z$ . Ao aplicarmos uma tensão  $V$ ; circula uma corrente  $I$ , que está atrasada em relação à  $V$ . Esta corrente pode ser dividida em 2 componentes (figura 5(b)):

(1) A corrente  $I \cos \phi$ , em fase com a tensão, que representa a corrente nos elementos resistivos do circuito, chamada de componente ativa.

(2) A componente  $I \sin \phi$ , atrasada de  $90^\circ$  em relação à tensão, que representa a corrente nos elementos reativos do circuito (reatância indutiva e capacitiva), chamada de componente reativa

Multiplicando estas componentes por  $V$ , teremos a potência real

(ou ativa)  $VI \cos \varphi$  e a potência reativa  $VI \sin \varphi$  (figura 5(c)). A potência reativa é simbolizada por  $Q$  e usa a unidade [VAR] (volt-ampère-reactivo) ou [KVAR] (quilo-volt-ampère-reactivo). Logo:

$$Q = VI \sin \varphi \text{ [VAR]}$$

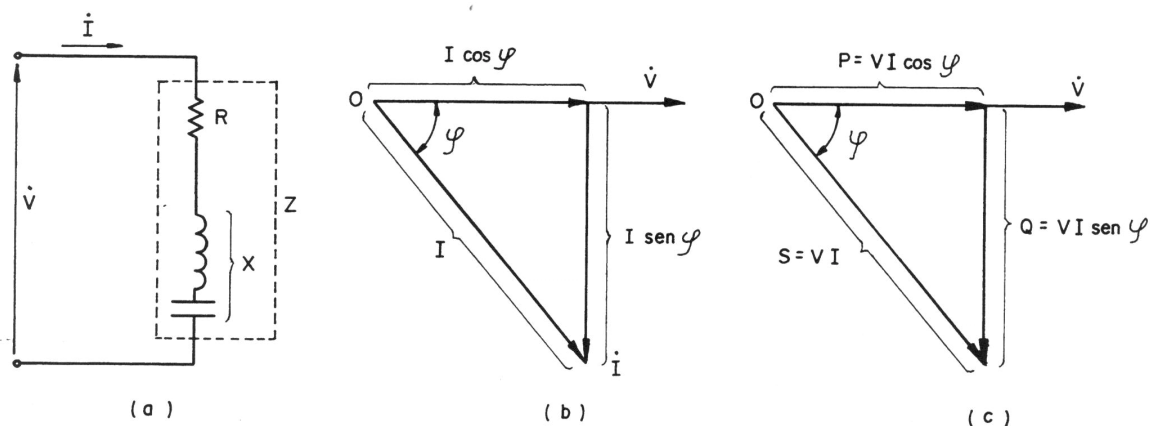


Fig. 5

## 8 - RELAÇÃO ENTRE POTÊNCIAS

Do triângulo de potências da figura 5(c), temos as seguintes relações:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

Da figura 5(a), fazemos o triângulo de impedâncias (figura 6) relacionando  $R$ ,  $X$ ,  $Z$  e o ângulo  $\varphi$ .

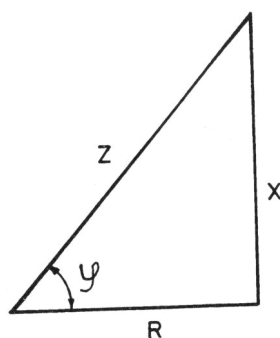


Fig. 6



Das figuras 5 e 6 temos as seguintes relações:

$$V = ZI$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

$$\sin \varphi = \frac{X}{Z}$$

Logo:

$$P = VI \cos \varphi = ZI \frac{R}{Z} = I^2 R \quad \therefore \quad P = I^2 R \text{ [W]}$$

$$S = VI = ZI = I^2 Z \quad \therefore \quad S = I^2 Z \text{ [VA]}$$

$$Q = VI \sin \varphi = ZI \frac{X}{Z} = I^2 X \quad \therefore \quad Q = I^2 X \text{ [VAR]}$$

Destas relações, a potência real no circuito RLC C.A. é consumida somente no resistor R, a potência reativa se apresenta apenas na reatância X e a potência aparente é distribuída pela impedância Z.

## 9 - FATOR DE POTÊNCIA

O  $\cos \varphi$ , que é a relação entre a potência real e a potência aparente é chamado de fator de potência, e é muito importante.

Para uma mesma potência, quanto menor o fator de potência, maior a corrente, e, conseqüentemente, aumentam as perdas por aquecimento e desgaste nas instalações. É considerado bom um fator de potência maior ou igual a 0,85 ou 85%. A tabela 1 mostra valores de fator de potência de alguns equipamentos industriais.

EQUIPAMENTO	FATOR DE POTÊNCIA POTÊNCIA	EQUIPAMENTO	FATOR DE POTÊNCIA
Lâmpada incandescente comum	1	Motor trifásico até 50 CV	0,7 - 0,85
Chuveiro elétrico	1	Motor trifásico $> 50$ CV	0,9
Ferro elétrico	1	Motor de máquina de costura	0,5 - 0,8
Rádio/gravador e Toca disco	0,9	Lâmpada fluorescente	0,6
Televisor	0,9	Máquina de solda	0,3 - 0,4
Lâmpada de vapor de mercúrio	0,85	Ventilador	0,65 - 0,75

Exemplo:

Dado o circuito da figura 7, construído de um resistor  $R = 8 \text{ } [\Omega]$  e um capacitor  $C = 442 \text{ } [\mu\text{F}]$ , alimentado por uma tensão  $V = 100 \text{ } [\text{V}]$  e frequência  $f = 60 \text{ } [\text{Hz}]$ , determinar:

- a reatância capacitiva
- a impedância
- a corrente
- o fator de potência
- a potência ativa
- a potência aparente
- a potência reativa
- a potência sobre o resistor
- a tensão sobre o capacitor
- o diagrama vetorial das potências (triângulo das potências)

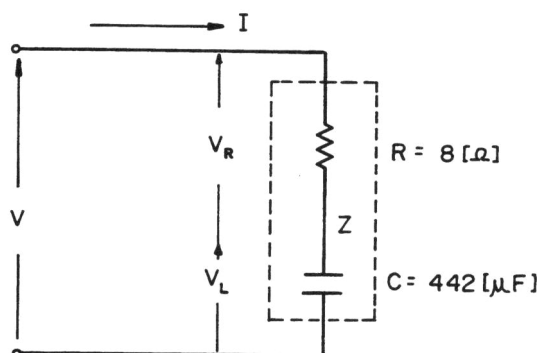


Fig . 7

Solução:

$$a) X_C = \frac{1}{2 \pi f C} = \frac{1}{2 \pi \times 60 \times 442 \times 10^6} = 6 \quad \therefore X_C = 6 [\Omega]$$

$$b) Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \quad \therefore Z = 10 [\Omega]$$

$$c) I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{10} = 10 \quad \therefore I = 10 [A]$$

$$d) \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{8}{10} = 0,8 \quad \therefore \cos \varphi = 0,8$$

$$e) P = I^2 R = 10^2 \times 8 = 800 \quad \therefore P = 800 [W]$$

$$f) S = I^2 Z = 10^2 \times 10 = 1000 \quad \therefore S = 1 [KVA]$$

$$g) Q = I^2 X_C = 10^2 \times 6 = 600 \quad \therefore Q = 600 [VAR]$$

$$h) V_R = RI = 8 \times 10 = 80 \quad \therefore V_R = 80 [V]$$

$$i) V_C = X_C I = 6 \times 10 = 60 \quad \therefore V_C = 60 [V]$$

j) Diagrama vetorial (figura 8)

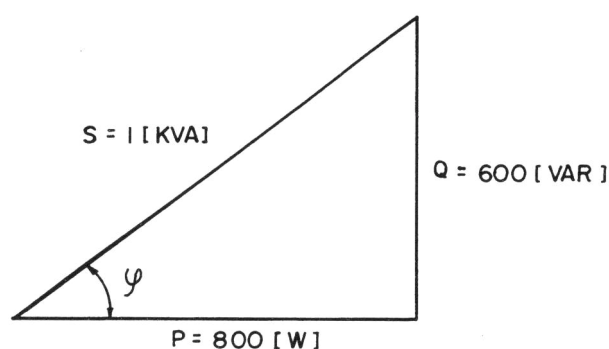
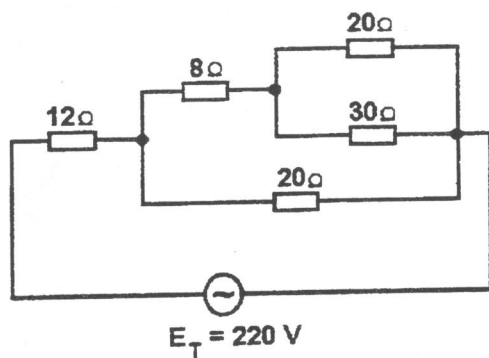


Fig. 8

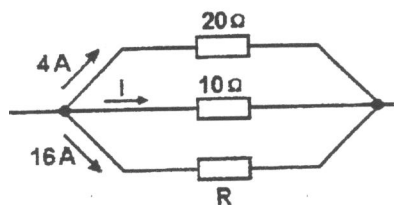
## Exercícios

1) A corrente total e a resistência total do circuito abaixo valem:



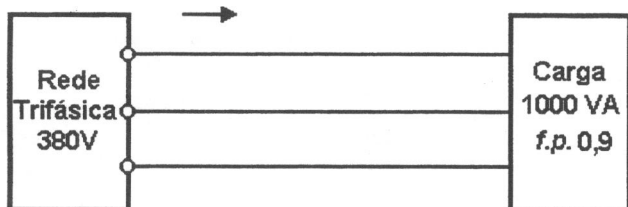
- a) ( ) 18,3A; 12Ω;
- b) ( ) 6,9A; 32Ω;
- c) ( ) 11A; 20Ω;
- d) ( ) 10A; 22Ω;
- e) ( ) 5A; 44Ω.

2) Nesta associação de resistores, os valores de  $i$  e de  $R$  são, respectivamente:



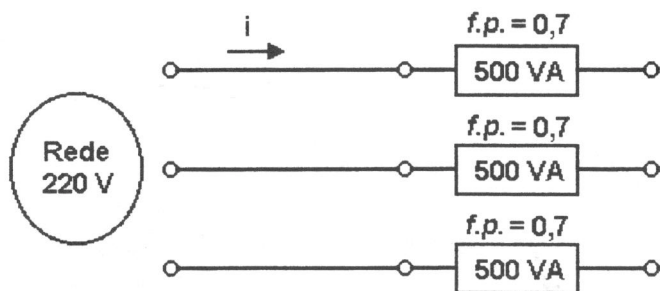
- a) ( ) 8A e 5Ω;
- b) ( ) 5A e 8Ω;
- c) ( ) 1,6A e 5Ω;
- d) ( ) 2,5A e 2Ω;
- e) ( ) 80A e 160Ω.

3) Dado circuito abaixo



- Qual a corrente  $I$  ?
- Qual a potência ativa da carga?
- Qual a potência reativa da carga?

4)



Calcule  $i$  se:

- As cargas estão ligadas em Y.
- As cargas estão ligadas em  $\Delta$ .

5) Uma carga trifásica, alimentada com uma tensão de 380 V, tem as potências iguais a:

$$P_{At} = 4000W$$

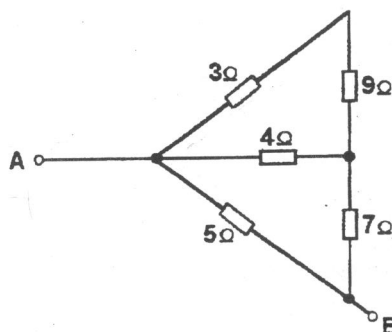
$$P_{reat} = 3000VAR$$

Qual é o F.P. desta carga?

6) Qual a tensão de fase de uma rede em Y, sendo 380V a tensão de linha.

- ( ) 127V;
- ( ) 220V;
- ( ) 440V;
- ( ) 536V;
- ( ) 270V.

7) A resistência total entre os pontos A e B vale:



- a) (   )  $30\Omega$ ;
- b) (   )  $2,7\Omega$ ;
- c) (   )  $7\Omega$ ;
- d) (   )  $5\Omega$ ;
- e) (   )  $3,3\Omega$ .

Este enunciado refere-se as questões 8 e 9:

Uma residência é iluminada por 12 lâmpadas incandescentes sendo cinco de 100W e sete de 60W cada.

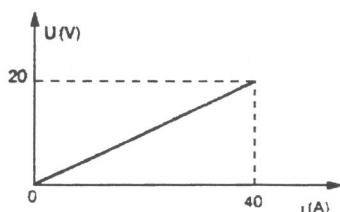
8) Para uma média diária de 3h de plena utilização das lâmpadas, qual a energia consumida, em kWh, por elas em um mês de 30 dias?

- a) (   ) 27,60
- b) (   ) 920;
- c) (   ) 8,28;
- d) (   ) 2,70;
- e) (   ) 82,8.

9) Sendo de 115V a tensão da instalação, qual é a corrente total utilizada pelas lâmpadas?

- a) (   ) 317,4A;
- b) (   ) 24A;
- c) (   ) 8A;
- d) (   ) 4,2A;
- e) (   ) 0,7A.

10) Neste gráfico está representada a relação entre a diferença de potencial elétrico  $U$  e a corrente elétrica  $I$  em um resistor. Qual é o valor da resistência elétrica desse resistor, em ohms?:



- a) ( ) 0,5;
- b) ( ) 1,0;
- c) ( ) 2,0;
- d) ( ) 20;
- e) ( ) 40.

11) A d.d.p. entre os extremos de um resistor de  $5\Omega$  é igual 10V. A corrente elétrica no resistor tem intensidade de:

- a) ( ) 1A;
- b) ( ) 2A;
- c) ( ) 3A;
- d) ( ) 4A;
- e) ( ) 5A.

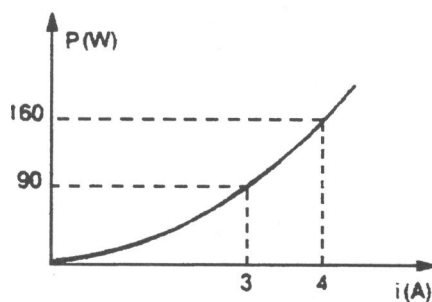
12) Dois fios condutores,  $F_1$  e  $F_2$ , tem comprimentos iguais e mesma resistência elétrica. Se a secção transversal de  $F_1$  tem o dobro da área da de  $F_2$  e se  $\rho_1$  e  $\rho_2$  são as resistividades de  $F_1$  e  $F_2$ , respectivamente, a razão  $\rho_1/\rho_2$  tem valor:

- a) ( ) 4;
- b) ( ) 2;
- c) ( ) 1;
- d) ( )  $1/2$ ;
- e) ( )  $1/4$ .

13) Se a equação  $P = KI^2$  deve exprimir a energia dissipada na unidade de tempo em um condutor percorrido por uma corrente elétrica  $I$ , o valor de  $K$  deve ser igual a:

- a) ( ) resistividade do condutor;
- b) ( ) temperatura do condutor;
- c) ( ) d.d.p aplicada ao condutor
- d) ( ) resistência do condutor.

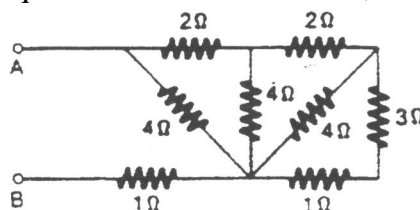
14) Este gráfico representa a potência elétrica consumida por um resistor, em função da intensidade da corrente que atravessa, Se a corrente que atravessa o resistor for de 10A, a potência consumida será de:



- a) ( ) 1,0kW.  
b) ( ) 1,0.  $10^3$  kW.  
c) ( ) 1,8 .  $10^2$  W.  
d) ( ) 2,7.  $10^2$  kW.

15) Qual a resistência de uma lâmpada de 220V e 60W? Supondo que a resistência varie pouco com a temperatura, qual a potência dissipada quando a lâmpada é ligada a uma tomada de 110V?

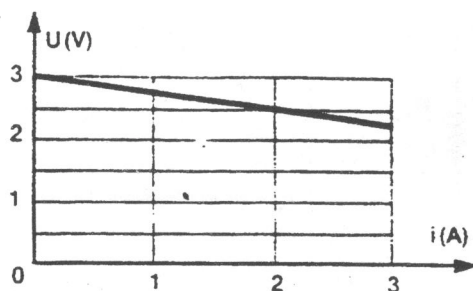
16) Neste circuito, a resistência equivalente entre A e B vale, em ohms:



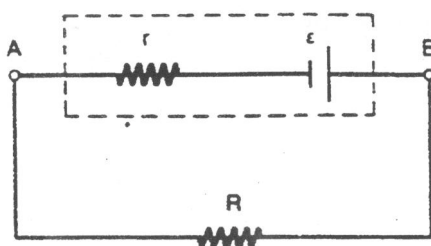
- a) ( ) 2;  
b) ( ) 4;  
c) ( ) 5;  
d) ( ) 3;  
e) ( ) 1.

17) Este gráfico representa a d.d.p. em uma pilha em função da intensidade de corrente. Calcule a resistência interna dessa pilha.



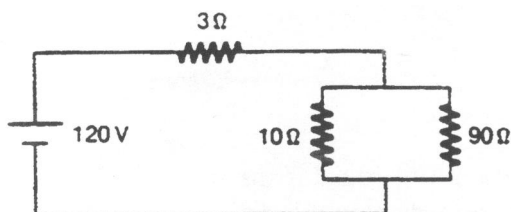


18) Neste circuito, a resistência do gerador é de  $5\Omega$ , sua f.e.m. é de  $25V$  e a resistência do circuito externo, de  $20\Omega$ . Calcule:

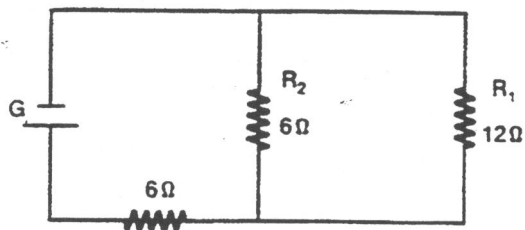


- a intensidade de corrente no circuito;
- a diferença de potencial nos terminais
- o rendimento do gerador.

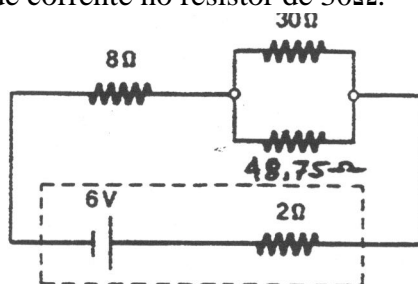
19) Determine a intensidade da corrente no resistor de  $90\Omega$



20) Este circuito é formado por três resistores e um gerador ideal  $G$  de força eletromotriz igual a  $90V$ .



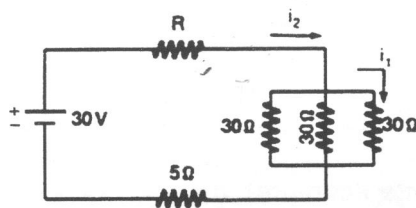
- a) Qual a intensidade da corrente no gerador?  
b) Qual a intensidade da corrente no resistor  $R_1$ ?
- 21) Calcule a intensidade de corrente no resistor de  $30\Omega$ .



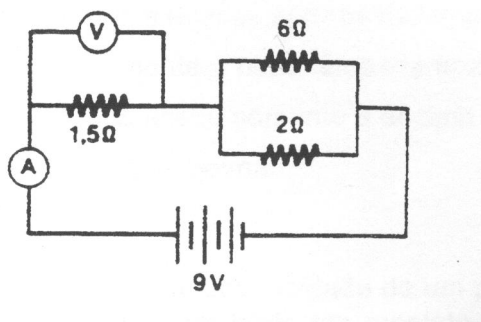
22) Um gerador tem f.e.m. de  $1,5V$  e resistência interna de  $0,10\Omega$ . Ligam-se seus terminais por meio de uma resistência de  $0,65\Omega$ . Nessas condições, calcule a diferença de potencial entre seus terminais.

23) Uma bateria de f.e.m. de  $1,5V$  foi ligada a um resistor de  $0,10\Omega$  de resistência, notando-se neste uma dissipação de potência de  $10W$ . Qual a resistência interna da bateria?

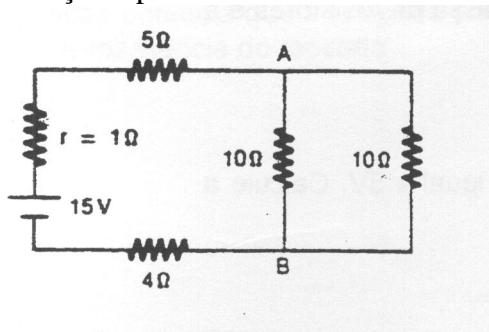
24) Calcule o valor da resistência  $R$  para que a corrente  $i_2$  seja  $2A$ . Nessa condições, determine o valor de  $i_1$ .



- 25) Numa bateria de automóvel de f.e.m. curto-circuito é da ordem de 102A. Qual a ordem de grandeza da resistência interna?
- 26) Determine a leitura do voltímetro e do amperímetro neste circuito.

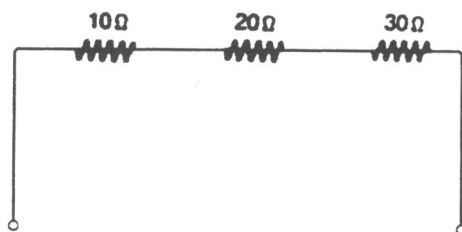


- 27) Neste circuito, calcule a diferença de potencial entre A e B.



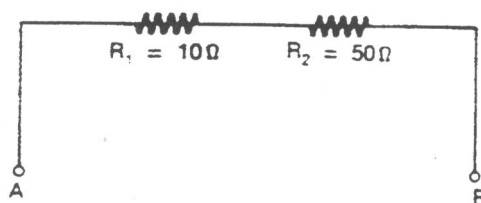
- 28) Um resistor  $R_1 = 20\Omega$  foi associado em série com  $R_2 = 40\Omega$ . O conjunto foi submetido à d.d.p.  $U = 120\text{ V}$ . Calcule:
- ( ) a corrente da associação;
  - ( ) a d.d.p. em cada resistor.
- 29) Podemos ligar uma lâmpada incandescente (comum) de 6,0V e 18W à rede de 120 V, se lhe associarmos em série um resistor conveniente. Para que a lâmpada funcione com suas características indicadas, determine:
- ( ) o valor da resistência desse resistor;
  - ( ) a potência que dissipará esse resistor.

30) Aplica-se d.d.p. de 240 V a este conjunto de resistores. Calcule a corrente que atravessa os resistores. Calcule a corrente que atravessa os resistores e a d.d.p. em cada um.



31) Dois resistores de  $5\Omega$  e  $30\Omega$  de resistência foram associados em série. O conjunto foi submetido à d.d.p. de 140 V. determine a corrente que atravessa os resistores e a d.d.p. em cada um deles.

32) Sabe-se que a d.d.p. no resistor  $R_1$  é igual a 5 V. Calcule a d.d.p. entre os pontos A e B.



33) Três resistores, de  $2\Omega$ ,  $3\Omega$  e  $5\Omega$ , foram associados em série. O conjunto foi submetido a d.d.p. de 40V. Calcule a d.d.p. em cada um dos resistores.

34) Um cortador de isopor, constituído por um fio que se aquece por efeito Joule, tem valores nominais de 3,0V e 0,50W. Deseja-se alimentar o cortador por meio de uma bateria de automóvel ( $U = 12V$ ). Descreva o resistor que deve ser associados em série ao cortador para que este funcione com as características indicadas. Qual a potência a ser dissipada por esse resistor?

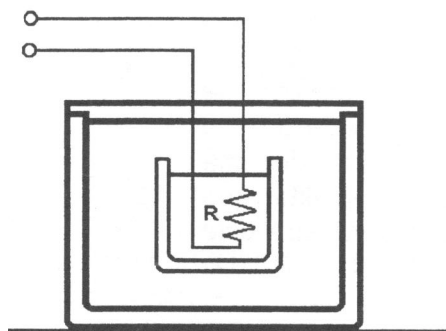
35) As 10 lâmpadas de uma árvore de Natal são ligadas em série. Numerando essas lâmpadas de 1 a 10 e supondo que a nona lâmpada queime:

a) ( ) todas apagam;

- b) ( ) ficam acesas apenas as lâmpadas de 1 a 9
- c) ( ) somente a nona lâmpada apaga;
- d) ( ) fica acesa somente a décima lâmpada
- e) ( ) todas queimam

36) Para controlar a luminosidade de um pequena lâmpada, foi-lhe associado em série um reostato cujo resistência varia entre zero e  $20\Omega$ . A resistência da lâmpada é de  $10\Omega$ . Aplica-se ao conjunto uma d.d.p de 3V. Calcule a máxima e a mínima potência que a lâmpada pode dissipar quando se varia a resistência do reostato.

37) Um resistor de  $10\Omega$  de resistência, aplica-se ao resistor uma diferença de potencial constante igual a 42V.



a) Calcule a potência dissipada por esse resistor.

38) Consultando as especificações do fabricante, verifica-se que um determinado resistor pode dissipar, no máximo 1 W. Sendo de  $100\Omega$  sua resistência, calcule a máxima corrente que ele suporta.

39 ) Calcule a resistência de uma lâmpada que tem os seguintes dados nominais: 110V / 60W.

40) A resistência de um chuveiro quebrou próximo a uma extremidade e foi emendada. Seu novo comprimento ficou um pouco menor. O chuveiro vai esquentar mais ou menos que antes? Por quê?:

41) Um resistor de resistência invariável R submetido à d.d.p. U dissipa potência p. qual a potência dissipada quando a d.d.p. for 2 U?

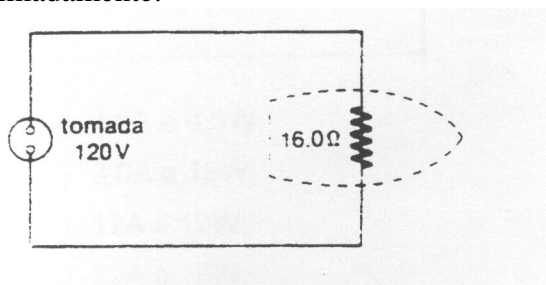
42) Uma lâmpada tem a indicação 60W / 120V. Sendo percorrida por uma corrente de 500mA de intensidade, pode-se afirmar que:

- a) ( ) seu brilho será menor que o normal;
- b) ( ) seu brilho será maior que o normal;
- c) ( ) seu brilho será normal;
- d) ( ) não suportará o excesso de corrente;
- e) ( ) Não há dados suficiente para fazer qualquer afirmação.

43) No caso de um chuveiro ligado à rede elétrica:

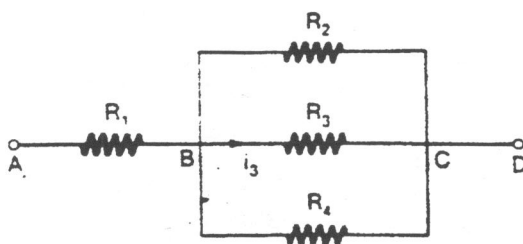
- a) ( ) diminuindo a resistência, a temperatura da água aumenta (conservando-se constante a vazão de água);
- b) ( ) diminuindo a resistência, a temperatura da água diminui (conservando-se constante a vazão de água);
- c) ( ) a potência dissipada é independente da resistência elétrica do chuveiro.

44) A figura esquematiza o circuito elétrico de um ferro de engomar em funcionamento. A potência por ele dissipada é de, aproximadamente:



- a) ( ) 900W;
- b) ( ) 120W;
- c) ( ) 1920W;
- d) ( ) 750W;
- e) ( ) 1440W

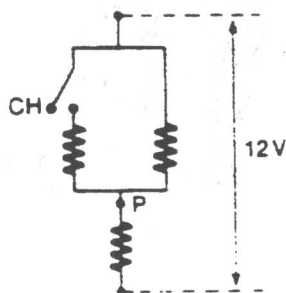
45) A figura mostra uma associação de resistores em que  $R_1 = 6\Omega$ ,  $R_2 = 1,5\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 3\Omega$  e  $i_3 = 2A$ . A intensidade de corrente elétrica que atravessa  $R_2$  vale



- a) ( ) 2A;

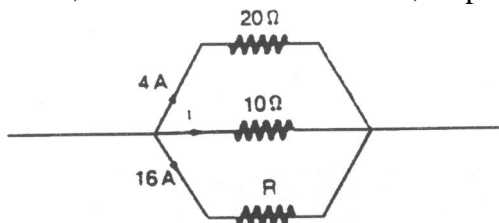
- b) ( ) 3A;  
c) ( ) 4A;  
d) ( ) 5A;  
e) ( ) 6A.

46) Neste circuito, todos os resistores são iguais e, com a chave CH aberta, flui uma corrente  $I$  no ponto P. Com a chave CH fechada, a corrente elétrica no ponto P é igual a:



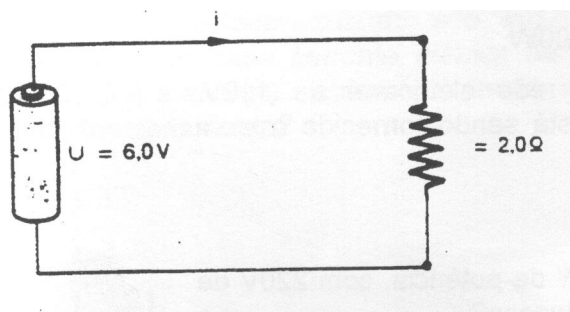
- a) ( )  $i$ ;  
b) ( )  $i/2$ ;  
c) ( )  $i/3$ ;  
d) ( )  $3i/4$ ;  
e) ( )  $4i/3$ ;

47) Nesta associação de resistores, os valores de  $i$  e de  $R$  são, respectivamente:



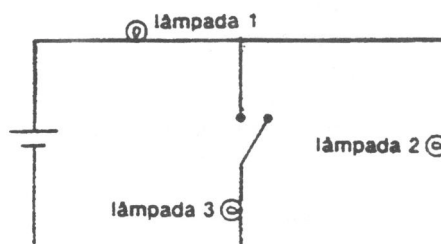
- a) ( ) 8A e  $5\Omega$ ;  
b) ( ) 5A e  $8\Omega$ ;  
c) ( ) 1,6A e  $5\Omega$ ;  
d) ( ) 2,5A e  $2\Omega$ ;  
e) ( ) 80A e  $160\Omega$

48) Considere uma lâmpada de  $2,0\Omega$  de resistência ligada aos terminais de uma pilha ideal de 6,0V. A intensidade de corrente na lâmpada e sua potência elétrica são respectivamente iguais a:



- a) ( ) 3,0A e 6,0W  
b) ( ) 3,0A e 18W;  
c) ( ) 12A e 12W;  
d) ( ) 12A e 18W;  
e) ( ) 0,33A e 20W.

49 ) As lâmpadas 1, 2 e 3 são idênticas e o gerador tem resistência desprezível. O que acontece com o brilho das lâmpadas 1 e 2 ao se fechar o interruptor da lâmpada 3?



- |        | lâmpada 1  | lâmpada 2  |
|--------|------------|------------|
| a) ( ) | aumenta,   | diminui;   |
| b) ( ) | aumenta,   | aumenta;   |
| c) ( ) | diminui,   | não varia; |
| d) ( ) | não varia, | diminui;   |
| e) ( ) | não varia, | aumenta.   |

50) Numa resistência estão ligados:

- 2 lâmpadas de 100W;
- 1 ferro elétrico de 500W;
- 1 geladeira que consome 300W.

A diferença de potencial na rede elétrica é de 110V. Calcule a corrente total que está sendo fornecida a essa casa.

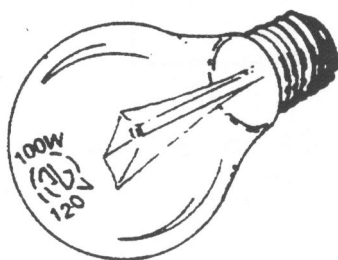
51) Um chuveiro opera com 2 500W de potência e 220V d.d.p. qual a corrente que o atravessa?

52) Um motor opera com 220V, 10A, fator de potência 0,80. Supondo que o preço do kWh de energia elétrica seja de R\$0,15, determine o custo de funcionamento desse motor por hora.



53) Uma lâmpada de lanterna opera com 5V de d.d.p. e 2A de intensidade de corrente. Qual sua potência? Qual a energia consumida em 30s?

54) Suponha esta lâmpada tenha sido ligada com 120V.

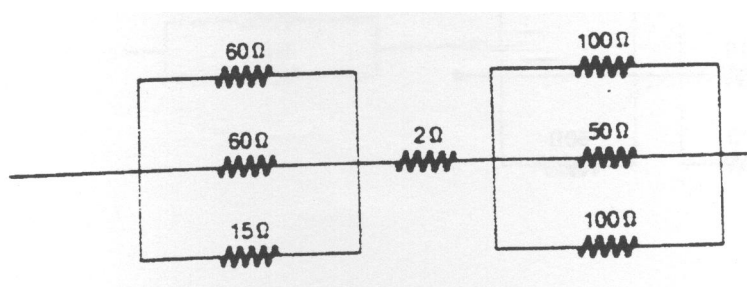


- a) Qual é a intensidade da corrente que a percorre?
- b) Qual é o gasto mensal de energia, em kWh, supondo que ela fique ligada 4h por dia? (Considere um mês de 30 dias.)
- c) Supondo que o kWh residencial custe R\$ 0,15, qual será o gasto mensal com essa lâmpada?

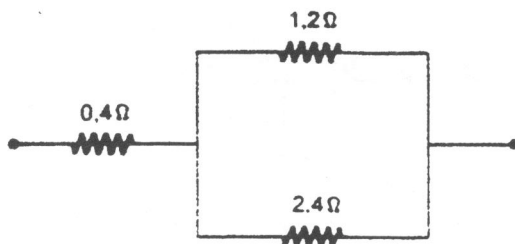
55) Um chuveiro elétrico, quando sob d.d.p. de 220V, é atravessado por uma corrente elétrica de intensidade de 10A. Qual é a energia elétrica consumida, em kWh, em 15 min de funcionamento?

- a) ( ) 33;
- b) ( ) 3,3;
- c) ( ) 1,21;
- d) ( ) 5,5;
- e) ( ) 0,55.

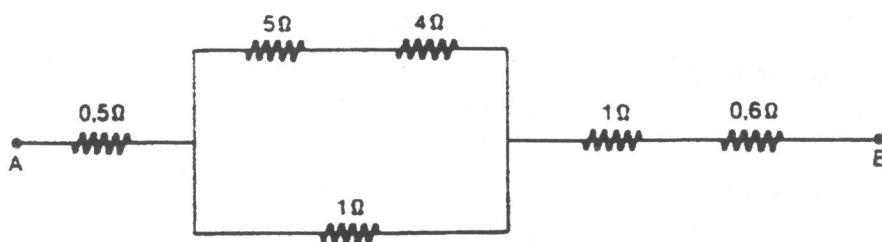
56) Qual a resistência equivalente a este conjunto?.



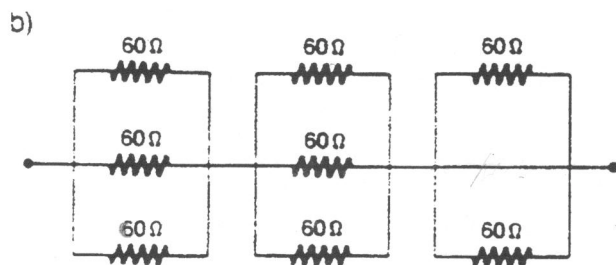
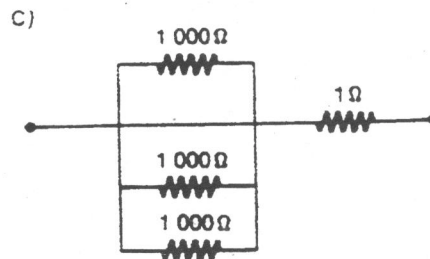
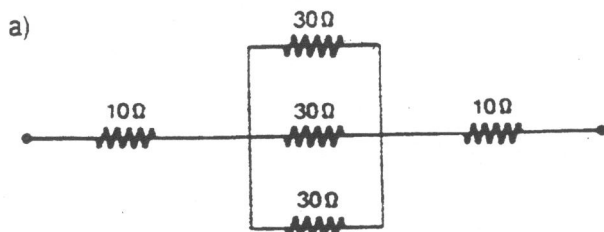
57) Este conjunto de resistores foi submetido à d.d.p.  $U = 2,4 \text{ V}$ . Calcule a corrente em cada resistor.



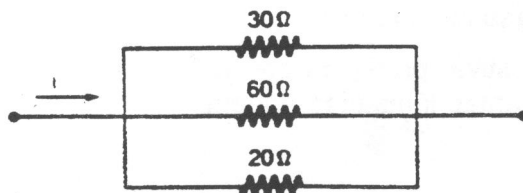
58) Aplicou-se d.d.p. de 90V entre os pontos A e B deste sistema. Calcule a corrente em cada resistor.



59) Calcule a resistência equivalente a cada conjunto de resistores:



60) Calcule a resistência equivalente a este conjunto de resistores. Sabendo que o conjunto é atravessado pela corrente  $i = 10A$ , calcule a corrente em cada resistor.



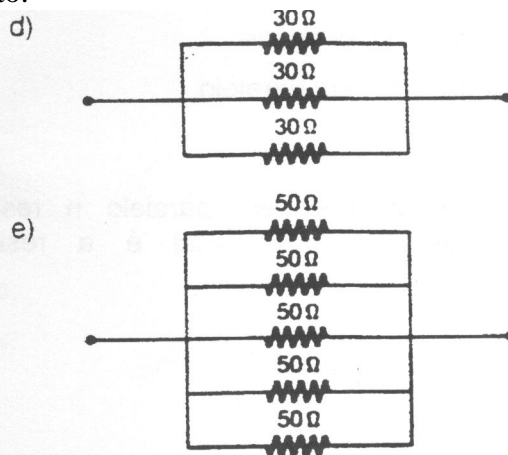
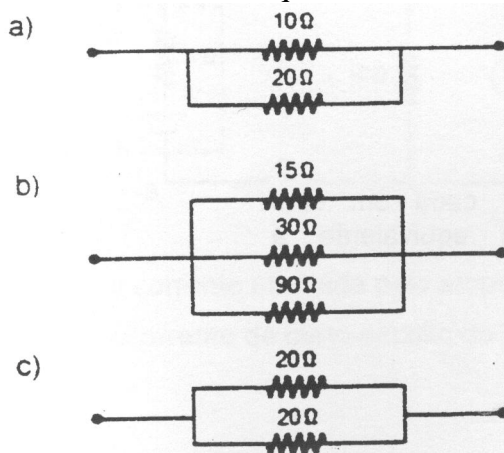
61) Dois resistores, de  $60\Omega$  e  $12\Omega$  de resistência, foram associados em paralelo. a corrente que atravessa o conjunto tem  $30A$  de intensidade. Calcule a corrente em cada resistor.

62) Duas lâmpadas possuem os seguintes dados nominais

- Lâmpada 1:  $120V / 60W$
- Lâmpada 2:  $120V / 30W$

As duas foram associadas em paralelo e ligadas à d.d.p. de  $120V$ . qual é a corrente total que atravessa a associação?

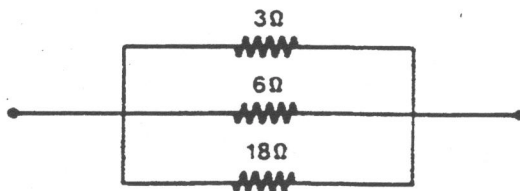
63) Calcule a resistência equivalente a cada conjunto.



64) Várias lâmpadas idênticas estão ligadas em paralelo a uma rede de alimentação de  $110V$ . Sabendo que a corrente elétrica que percorre cada lâmpada é de  $6/11A$ , pergunta-se:

- a) Qual a potência dissipada em cada lâmpada?
- b) Se a instalação das lâmpadas estiver protegida por um fusível que suporta até  $15A$ , quantas lâmpadas podem, no máximo, ser ligada?

65) Sabe-se que este conjunto é atravessado pela corrente  $i = 100\text{A}$ . Calcule a corrente em cada um dos resistores.



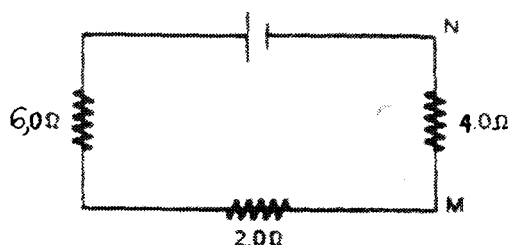
66) Dois resistores de resistência  $R$  foram associados paralelo. Qual é a resistência equivalente ao conjunto?

67) Determine a resistência equivalente quando se associam 10 resistores de  $50\Omega$ :

- a) ( ) em série;
- b) ( ) em paralelo

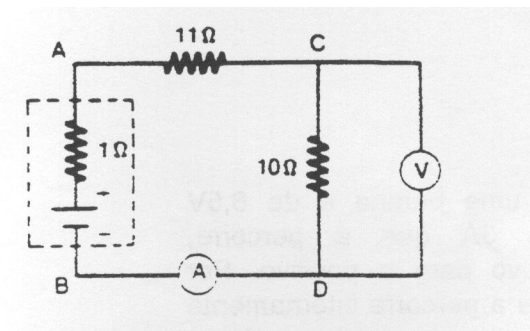
68) Associam-se em paralelo  $n$  resistores, cada um com resistência  $R$ . Qual é a resistência equivalente a associação?

69) Neste circuito, a diferença de potencial  $V_m - V_n = 6,0\text{V}$ . Tendo o gerador resistência interna desprezível, sua força eletromotriz vale:



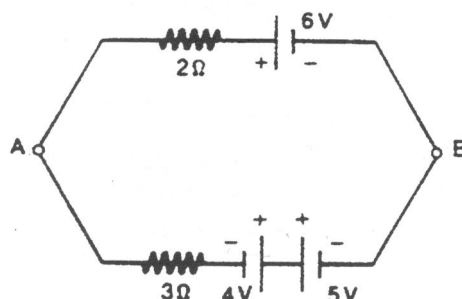
- a) ( ) 1,5V;
- b) ( ) 3,0V;
- c) ( ) 6,0V;
- d) ( ) 9,0V;
- e) ( ) 18V.

70) Nesta figura, AB representa um gerador de resistência interna  $r = 1\Omega$ . O amperímetro A e o voltímetro V são instrumentos considerados ideais. O voltímetro acusa 50 V. Pede-se:



- a) a corrente marcada pelo amperímetro;  
b) a corrente de curto-circuito do gerador.

71) A voltagem existente entre os pontos A e B do circuito vale:



- a) ( ) 1 V;  
b) ( ) 2V;  
c) ( ) 3V;  
d) ( ) 4V;  
e) ( ) 5V.

72) Uma bateria de automóvel de 12V, com resistência interna de  $0,60\Omega$ , tem seus terminais acidentalmente ligados em curto-circuito. A corrente de curto-circuito tem intensidade:

- a) ( ) zero; b) ( ) 6A; c) ( ) 24A; d) ( ) infinita e) ( ) n.d.a.;

73) A d.d.p. entre os terminais de uma bateria é de 8,5V quando há uma corrente de 3A que a percorre, internamente, do terminal negativo para o positivo. Por outro lado, quando a corrente que a percorre internamente é de 2A, indo do terminal positivo para o negativo, a d.d.p. entre seus terminais é de 11V. Nestas condições, a resistência interna da bateria, em ohms, e sua f.e.m em volts, são respectivamente de:

- a) ( ) 2 e 10;  
b) ( ) 0,5 e 10;  
c) ( ) 0,5 e 12;  
d) ( ) 1,5 e 10;  
e) ( ) 5 e 10.

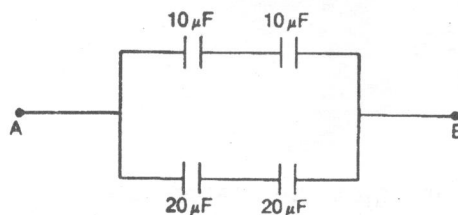
74). Associam-se em série dois capacitores de capacidades  $C_1 = 90\mu\text{F}$  e  $C_2 = 10\mu\text{F}$ . Se aplicarmos 200V de d.d.p. ao conjunto, qual será a carga e a d.d.p. em cada componente?

75) Dois capacitores de capacidade  $C_1 = 20 \times 10^{-3} \text{ F}$  e  $C_2 = 30 \times 10^{-3} \text{ F}$ , são associados em paralelo. Aplica-se 100V de d.d.p ao conjunto. Qual a carga de cada capacitor?

76) Considere esta associação.

a) Determine a capacidade equivalente entre A e B;

b) Aplicando uma d.d.p. de 10 V entre os pontos A e B, qual a carga em cada capacitor de  $10\mu\text{F}$ ?



77) Dois capacitores de capacidades 30 mF e 60 F ( $1 \text{ F} = 10^{-3} \text{ F}$ ) foram associados em série. O conjunto foi submetido à d.d.p. de 2V. Determine:

a) a carga do conjunto;

b) a tensão em cada capacitor

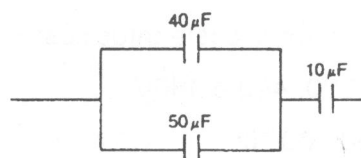
78) Associam-se em paralelo três capacitores de capacidades  $C_1 = 10\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 20\mu\text{F}$  e  $C_3 = 30\mu\text{F}$ . O conjunto recebe carga total de  $120\mu\text{C}$ . Calcule a carga de cada um.

79) Determine a capacidade equivalente de cada um destes conjuntos:

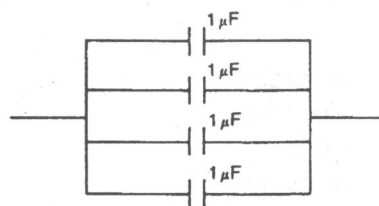
a)



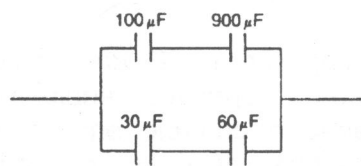
c)



b)

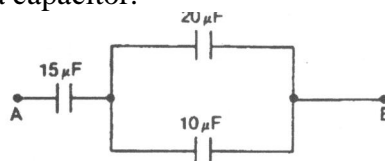


d)



80) Este conjunto é submetido à d.d.p. de 300V.

Calcule a tensão e a carga de cada capacitor.



81) Neste esquema considere  $C_1 = 10\mu\text{F}$ ,  $C_2 = 5\mu\text{F}$ ,  $C_3 = 15\mu\text{F}$  e  $U = 100\text{V}$ . Determine a carga de  $C_1$ .

